

Analiza algoritma za procenu koeficijenta inharmoničnosti različitih klavira

Tatjana Miljković, Miloš Bjelić, Dragana Šumarac Pavlović, Jelena Čertić

Apstrakt—„Idealna“ žica koja je zategnuta na oba kraja, ali se ne odlikuje krutošću, pri okidanju osciluje stvarajući niz harmonika koji predstavljaju celobrojne umnoške osnovne frekvencije žice. U realnosti, kada se žica posmatra sa aspekta krutosti, pri njenom pobuđivanju nastali niz harmonika neće sadržati celobrojne umnoške osnovne frekvencije žice, već će harmonici imati frekvencijski pomeraj u odnosu na harmonike idealne žice. Fenomen frekvencijskog pomeraja harmonika je zastupljen kod svih žičanih instrumenata i naziva se inharmoničnost. U ovom radu prikazana je implementacija i upotreba algoritma za određivanje koeficijenta inharmoničnosti tonova klavira. Algoritam se zasniva na adaptivnom procesu koji izračunava frekvencijsko odstupanje harmonika tona od očekivanih frekvencija za dati ton. Testiranje predloženog algoritma izvršeno je na realnim tonovima različitih klavira. Sprovedena je analiza koeficijenata inharmoničnosti tonova klavira računata sa različitim brojem parcijala tonova. Ispitana je tačnost algoritma i utvrđeni slučajevi u kojima algoritam daje rezultate koji u izvesnoj meri odstupaju od tačnih. Ustanovljeno je da je na osnovu vrednosti koeficijenta inharmoničnosti za tonove klavira moguće izvršiti klasifikaciju klavira po određenim kriterijumima.

Ključne reči— algoritam, inharmoničnost, fundamentalna frekvencija, klavir, parcijali, ton.

I. UVOD

Poznato je da još iz antičkih vremena da postoje istraživanja vezana za oscilacije žice. Pitagorejci su razmatrali oscilovanje žice koja je bila razapeta iznad drvene rezonantne kutije. Takav mehanizam je nazvan monokord [1]. Proučavajući oscilacije žice na monokordu ustanovili su postojanje određenih intervala pobuđivanjem žice na različitim mestima. Pri takvim istraživanjima smatrano je da je žica zategnuta na oba kraja sa svojstvom idealne fleksibilnosti. Pojam idealne fleksibilnosti žice zanemaruje pojave krutosti, debljine, težine i napetosti žice. Stoga su smatrali da pobuđivanjem takve žice dolazi do nastanka niza parcijala koji odgovaraju celobrojnim umnošcima osnovne frekvencije žice [2].

Krajem devetnaestog veka *John William Strutt* i lord *Rayleigh* u knjizi *The Theory of the Sound* [3], između ostalog

Tatjana Miljković – Elektrotehnički fakultet, Univerzitet u Beogradu, Bulevar kralja Aleksandra 73, 11020 Beograd, Srbija (e-mail: tm@etf.rs).

Miloš Bjelić – Elektrotehnički fakultet, Univerzitet u Beogradu, Bulevar kralja Aleksandra 73, 11020 Beograd, Srbija (e-mail: bjelic@etf.rs).

Dragana Šumarac Pavlović – Elektrotehnički fakultet, Univerzitet u Beogradu, Bulevar kralja Aleksandra 73, 11020 Beograd, Srbija (e-mail: dsumarac@etf.rs).

Jelena Čertić – Elektrotehnički fakultet, Univerzitet u Beogradu, Bulevar kralja Aleksandra 73, 11020 Beograd, Srbija (e-mail: certic@etf.rs).

razmatraju i fenomene nastanka zvuka oscilovanjem žice. Ustanovili su da krutost žica kod klavira utiče na parcijale tonova, tako što frekvencije parcijala tonova na klaviru odstupaju od predefinisanih frekvencija parcijala idealne žice. Fenomen odstupanja frekvencije parcijala tona od tačnih celobrojnih umnožaka osnovne frekvencije tona naziva se inharmoničnost. *R.W. Young* je smatrao da na osnovu jednačine za krutu žicu koju je definisao lord *Rayleigh* moguće objasniti fenomen inharmoničnosti. Na osnovu njegove analize proistekli su sledeći izrazi:

$$f_k = k f_0 \sqrt{1 + Bk^2}, \quad (1)$$

$$B = \frac{\pi^3 Q d^4}{64 l^2 T}, \quad (2)$$

gde Q predstavlja *Youngov* moduo elastičnosti, d prečnik žice klavira, l dužinu žice, a T odgovara napetosti žice. Izraz (1) odnosi se na izračunavanje frekvencija inharmoničnih parcijala tona, gde k predstavlja redni broj parcijala, f_0 osnovnu frekvenciju tona idealne žice, a B koeficijent inharmoničnosti. Pedesetih godina XX veka *Fletcher* je ispitivao univerzalnost jednačine (1) [4]. Razmatrao je dva granična uslova koja nastaju pri zatezanju žice klavira. Prvi granični uslov se zasnivao na kačenju žice klavira na oba kraja, dok se drugi uslov uzimao u obzir žicu koja je učvršćena na oba kraja. Zaključak ispitivanja bio je da oba granična uslova ne odstupaju mnogo od jednačine (1).

Postojanje kako jednostavne tako i univerzalne matematičke jednačine na osnovu koje je moguće izražavanje koeficijenta inharmoničnosti tonova klavira dovodi do razvoja algoritama i automatskih postupaka za njegovo izračunavanje i procenu. Jedan od metoda za procenu koeficijenta inharmoničnosti predlažu *Galemba* i *Askenfelt* [5] koji se zasniva na inharmoničnom komb filtru, realizovanom u frekvencijskom domenu. Takođe, tehnike poput određivanja visine tona, kepstralne analize i HPS (*Harmonic Product Spectrum*) su korišćene za estimaciju inharmoničnosti [6,7].

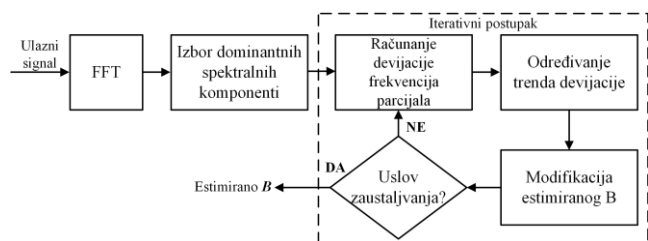
Grupa Finskih naučnika, *Rauhala*, *Lehtonen* i *Välämäki*, predložila je algoritam za estimaciju koeficijenta inharmoničnosti za žičane instrumente [8]. Njihov algoritam predstavlja metodu frekvencijske devijacije parcijala tonova PFD (*Partial Frequency Deviation*). Princip rada algoritma se zasniva na minimiziranju devijacije, koja je nastala kao produkt neslaganja vrednosti očekivanih frekvencija parcijala tona sa frekvencijama koje odgovaraju maksimalnim amplitudama u spektru posmatranog tona. Proces minimizacije frekvencijske devijacije parcijala zasniva se na adaptivnom procesu, gde je krajnji produkt algoritma estimirana vrednost koeficijenta inharmoničnosti tona.

U ovom radu za procenu koeficijenta inharmoničnosti tonova klavira koristi se već predloženi PFD algoritam. Rezultati dobijeni ovim algoritmom predstavljeni su kao koeficijenti inharmoničnosti tonova celokupnog opsega osam različitih klavira. Za potrebe analize koeficijenta inharmoničnosti za različite tipove i vrste klavira izvršeno je snimanje tonova klavira na Fakultetu Muzičkih Umetnosti u Beogradu. Klaviri koji učestvuju u analizi razlikuju se kako po veličini, tako i po starosti, kvalitetu i učestalosti njihovog korišćenja. Cilj ovog rada je analiza koeficijenta inharmoničnosti tonova klavira, kao jedno od mogućih obeležja različitih tipova klavira.

Rad je organizovan kako sledi. U drugom poglavlju detaljno je prikazan PFD algoritam koji je korišćen u analizi tonova klavira. U narednom poglavlju prikazani su eksperimentalni rezultati i diskusija dobijenih rezultata. Na kraju izneti su zaključci do kojih se došlo u ovom istraživanju.

II. METODOLOGIJA

Pojam inharmoničnosti se vezuje za frekvencijsko odstupanje parcijala tona u odnosu na parcijale koji predstavljaju celobrojne umnoške osnovne frekvencije tona. Vrednost koeficijenta inharmoničnosti B moguće je izračunati na osnovu jednačine, ali takav postupak bi zahtevao dosta utrošenog vremena s obzirom na opseg klavira koji se sastoji od 88 tonova. Te zbog toga, u ovom radu preuzeta je metodologija grupacije Finskih naučnika [8], koja se zasniva na automatskoj proceni koeficijenta inharmoničnosti B . Na slici 1 dat je šematski prikaz predloženog algoritma.



Sl. 1 Blok šema algoritma za procenu koeficijenta inharmoničnosti

Kao ulazni podaci algoritma koriste se odbirci iz audio signala snimljenog tona klavira. Za posmatrani audio signal, na samom početku algoritma, vrši se procena osnovne frekvencije tona. S obzirom na amplitudsku i frekvencijsku kompleksnost tona klavira konvencionalni algoritmi za određivanje osnovne frekvencije tona, poput autokorelacione metode [9], nisu dali dobre rezultate. Stoga se osnovna frekvencija tona određuje tehnikom koja se zasniva na spektru signala, kao frekvencija koja odgovara najvećoj amplitudi u spektru za predloženi opseg. Predloženi opseg u tom slučaju predstavlja opseg širine 20 Hz na čijoj se sredini nalazi osnovna frekvencija tona, koja je određena na osnovu tabele frekvencija tonova [10]. Ovako opisana tehnika za procenu osnovne frekvencije tona daje dobre rezultate za tonove na višim frekvencijama, dok za tonove na nižim frekvencijama to nije slučaj. Razlog za loše rezultate pri proceni osnovne frekvencije nižih tonova jeste da tada u predloženom opsegu

postoji nekoliko frekvencija čije su pripadajuće amplitude sličnih vrednosti. Da bi se izbeglo pogrešno procenjivanje osnovne frekvencije u algoritmu figuriše procenjena frekvencija prvog harmonika tona. Takođe, zarad automatizacije celog algoritma za određivanje koeficijenta inharmoničnosti za celokupni opseg tonova klavira, a ne samo za tonove nižeg registra, koristi se frekvencija prvog parcijala tona.

Nakon određivanja frekvencije prvog parcijala tona signal je prozorovan *Blackman*-ovom prozorskom funkcijom. Naredni korak u algoritmu je računanje spektra prozorovanog signala pomoću FFT algoritma. Da bi frekvencijska rezolucija spektra signala bila dobra, pre računanja FFT neophodno je dopuniti niz nulama do vrednosti 2^{16} , a zatim izvršiti izračunavanje spektra signala u 2^{16} tačaka. Pre glavnog, adaptivnog dela algoritma, potrebno je izvršiti još jednu manipulaciju nad izračunatim spektrom, kako bi se postigla efikasnost u izvršavanju samog algoritma. Potrebno je smanjiti broj spektralnih komponenti. Izračunati spektar se deli na podopsege i iz svakog podopsega se vrši selekcija 10 spektralnih komponenti sa najvećim amplitudama. Širina podopsega je definisana kao $5f_1$, gde f_1 predstavlja procenjenu frekvenciju prvog parcijala tona.

Adaptivni deo algoritma prikazan je na slici 1, uokviren isprekidanom linijom. Kako bi se iterativni postupak sproveo do kraja neophodno je izvršiti četiri koraka i to: računanje devijacije frekvencije parcijala, određivanje trenda devijacije, modifikaciju estimiranog koeficijenta inharmoničnosti B i određivanje uslova za prekid izvršavanja algoritma. Kao rezultat algoritma dobija se estimirana vrednost koeficijenta inharmoničnosti B za ton klavira koji predstavlja ulazni signal.

U delu algoritma koji se odnosi na računanje devijacije frekvencije parcijala neophodno je zadati inicijalnu vrednost koeficijenta inharmoničnosti B . Kako su ispitivani tonovi iz nižeg registra klavira, vrednosti koeficijenta inharmoničnosti B za taj registar kreću se u opsegu od 10^{-4} do 10^{-3} . U ovom radu kao početna vrednost koeficijenta B uzeta je vrednost 10^{-4} . Početna vrednost koeficijenta B koristi se pri izračunavanju prvog parcijala procenjene frekvencije prema izrazu (1). Zatim se vrši selekcija frekvencija parcijala tona f_k koje odgovaraju maksimalnoj amplitudi spektra unutar zatvorenog intervala. Donja granica intervala predstavlja razliku frekvencije parcijala tona f_k i pomeraja Δf , dok gornja granica intervala predstavlja zbir frekvencije parcijala tona f_k i pomeraja Δf . Za vrednost pomeraja Δf u algoritmu korišćena je vrednost $0.4f_1$. Nakon izvršene selekcije, devijacija frekvencije parcijala se dobija kao razlika frekvencije parcijala dobijene iz spektra tona i procenjene frekvencije parcijala tona f_k .

Sledeći korak iterativnog postupka je određivanje trenda devijacije. Na osnovu uspostavljenog trenda devijacije vrši se odluka da li vrednost koeficijenta inharmoničnosti B treba povećati ili ne u odnosu na inicijalnu vrednost. Kriva devijacije ne predstavlja uvek glatku krivu, već se u toku same krive mogu javiti i veći lokalni maksimumi koji značajno odstupaju od trenda krive. Kako bi se izbegao ovaj problem trend devijacije je definisan kao znak, pozitivan ili negativan. Pozitivan trend se definiše ukoliko se u nizu

vrednosti koje predstavlja devijacija frekvencije parcijala nalazi više pozitivnih nego negativnih vrednosti. Dok negativni trend predstavlja suprotnost pozitivnom trendu, odnosno kada se u nizu vrednosti devijacija frekvencije parcijala nalazi više negativnih vrednosti.

Nakon određenog trenda devijacije moguće je modifikovati vrednost koeficijenta inharmoničnosti B polaznog tona. Modifikacija vrednosti koeficijenta B se vrši množenjem sa faktorom 10^δ . Parametar δ koji učestvuje u modifikaciji predstavlja parametar čija vrednost preuzima znak trenda devijacije, odnosno ukoliko je trend devijacije pozitivan i vrednost δ je pozitivna i obrnuto. Početna vrednost parametra δ u ovom algoritmu je 1. Ukoliko dođe do situacije da dva susedna trenda devijacije imaju suprotne znake, parametar δ se modifikuje deljenjem trenutne vrednosti sa 2. Cilj množenja koeficijenta inharmoničnosti B sa faktorom 10^δ jeste u povećanju, ili smanjenju, vrednosti koeficijenta B sve do trenutka do kog kriva devijacije ne postane što zaglađenija, što predstavlja momenat konvergencije samog algoritma.

Poslednji korak iterativnog postupka predstavlja određivanje uslova za prekid izvršavanja algoritma. Empirijski je utvrđeno da je potrebno izvršiti 40 iteracija adaptivnog dela algoritma, kako bi se ostvarila konvergencija. Vrednost od 40 izvršavanja iteracija je uzeta kao univerzalan parametar na osnovu kojeg je moguće odrediti koeficijent inharmoničnosti B za celokupan opseg tonova klavira, iako je za više frekvencije tonova klavira potreban manji broj iteracija kako bi došlo do konvergencije algoritma.

Nakon postizanja konvergencije algoritma, koja se ostvaruje minimizacijom krive devijacije, rezultat algoritma predstavlja jednobrojna vrednost koeficijenta inharmoničnosti B za posmatrani ton. Te ukoliko se razmatra celokupni opseg klavira koji se sastoji od 88 tonova, kao krajnji produkt algoritma dobija se niz od 88 vrednosti koje predstavljaju koeficijent inharmoničnosti B za svaki pojedinačni ton.

III. EKSPERIMENTALNI REZULTATI I DISKUSIJA

U ovom poglavlju prikazani su eksperimentalni rezultati i njihova analiza. Algoritam za automatsku procenu koeficijenta inharmoničnosti klavira testiran je na bazi formiranoj za potrebe ovog rada. U bazi se nalaze tonovi snimljeni na osam različitih klavira koji pripadaju celokupnom registru instrumenta.

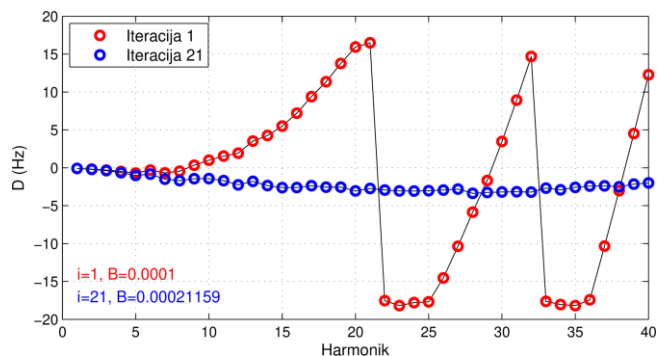
A. Baza snimaka

Za potrebe ovog rada napravljena je baza snimaka koja je korišćena u procesu računanja koeficijenta inharmoničnosti B tonova klavira. Bazu čini 704 snimaka tonova, što predstavlja celokupan opseg 8 različitih klavira. Tonovi klavira su snimljeni u prostorijama Fakulteta Muzičkih Umetnosti u Beogradu. Od 8 klavira čiji tonovi čine bazu snimaka može se napraviti njihova klasifikacija po različitim parametrima. U snimanju su učestvovala 3 koncertna klavira marke *Steinway*, od koga je jedan oznake D7, a druga dva nose oznaku D3. Pored marke *Steinway* u bazi su zastupljeni i tonovi odsvirani na tri klavira marke *Yamaha*, dva koncertna klavira tipa C7 i jedna klavinova. Takođe, snimljeni su tonovi na dva klavira

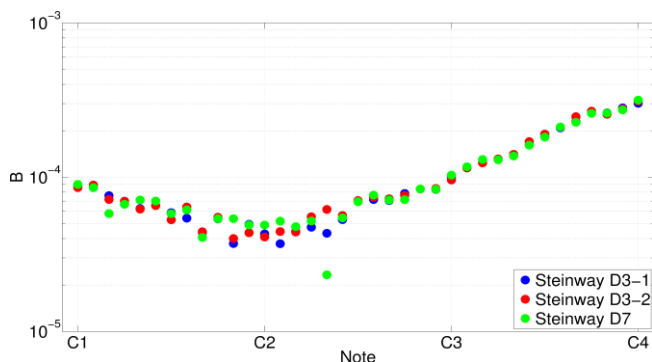
marke *Bösendorfer*. Sem na osnovu marke kojoj pripadaju klaviri se mogu klasifikovati i po njihovoj starosti i na osnovu učestalosti njihovog korišćenja. Najstariji klaviri pripadaju marki *Bösendorfer*, a njihova upotreba datira još od pedesetih godina prošlog veka. Ukoliko se govori o klasifikaciji na osnovu učestalosti sviranja klavira, postoji podela na često korišćene klavire za pripremanje i polaganje ispita na Fakultetu muzičkih umetnosti, kao što je *Steinway D7* i na nove, tek kupljene klavire koji još uvek nisu usvirani, kao što su dva koncertna klavira sa oznakom *Yamaha C7*. Ovako formirana baza snimaka je značajna za dalja istraživanja u polju muzičke akustike.

B. Analiza koeficijenata inharmoničnosti tonova klavira

Na slici 2 prikazan je trend devijacije frekvencije parcijala za jedan ton iz baze snimaka zajedno sa vrednostima izračunatog koeficijenta inharmoničnosti. Crvenom bojom obeležena je prva iteracija adaptivnog algoritma, kao i inicijalna vrednost koeficijenta inharmoničnosti B koja je korišćena u algoritmu. Plavom bojom je obeležena 21 iteracija adaptivnog algoritma koja je dobijena u trenutku u kom je postignuta konvergencija algoritma. Na osnovu slike 2 se može zaključiti da pri postignutoj konvergenciji algoritma, za većinu harmonika tona razlika između frekvencije parcijala procenjene algoritmom i frekvencije parcijala dobijene na osnovu spektra signala ne odstupaju više od 2 Hz.



Sl. 2 Trend devijacije frekvencije parcijala za dve iteracije u algoritmu

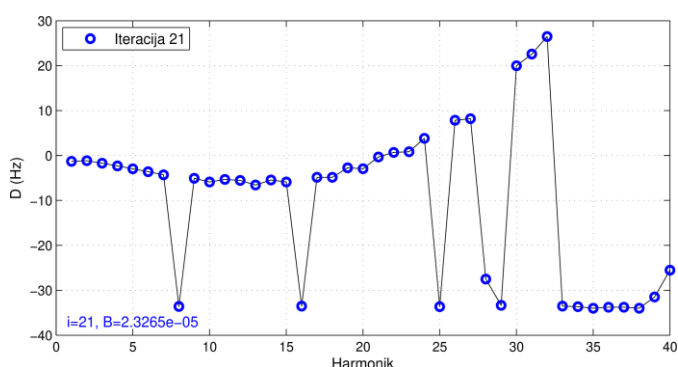


Sl. 3 Koeficijenti inharmoničnosti tonova za 3 klavira marke *Steinway*

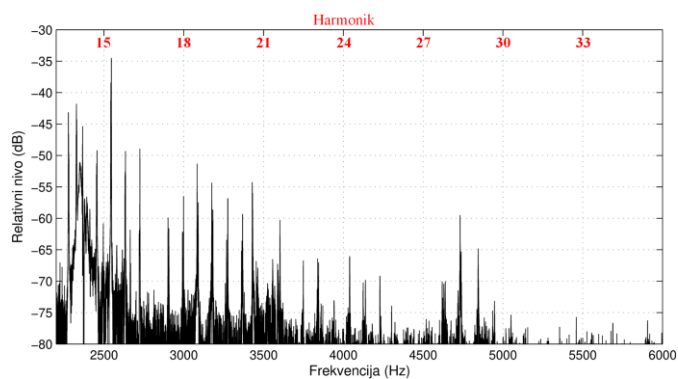
Na slici 3 prikazan je grafik koeficijenata inharmoničnosti tonova za tri klavira marke *Steinway*. Koeficijent inharmoničnosti B u ovom slučaju računat je na osnovu procenjene frekvencije sa 40 harmonika. Na osnovu slike se može zaključiti da se koeficijent inharmoničnosti B za tonove

iz treće oktave poklapaju za sva tri klavira, dok izvesne razlike u vrednostima koeficijenta inharmoničnosti nastaju za tonove iz nižeg registra.

Najveća odstupanja koeficijenta B u odnosu na generalni oblik krive zavisnosti koeficijenta inharmoničnosti B [4], od tonova iz opsega C1-C4, javljaju se za tonove G1, A#1 i E2. Za date tonove, za sva tri klavira, izvršena je detaljna analiza koja je imala za cilj da pronađe uzroke navedenih odstupanja izračunatih vrednosti koeficijenta inharmoničnosti. Na Slici 4 prikazan je izgled krive devijacije parcijala nakon 21 iteracije algoritma za određivanje koeficijenta inharmoničnosti, za ton G1 odsviran na jednom od *Steinway* klavira. Pri ovom broju iteracija trebalo bi da dođe do konvergencije algoritma, kao u situaciji prikazanoj na Slici 2. Ukoliko bi se izvršio veći broj iteracija rezultat prikazan na Slici 4 se neće popraviti, odnosno vrednost koeficijenta inharmoničnosti se neće promeniti.



Sl. 4 Vrednosti devijacije frekvencije parcijala za ton G1 odsviran na klaviru *Steinway* D7



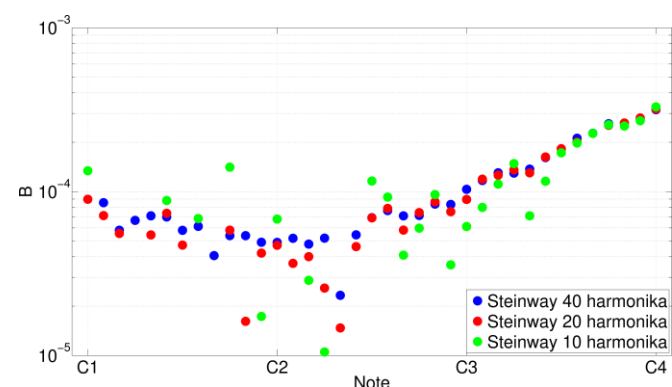
Sl. 5 Prikaz izgleda dela spektra tona G1 odsviran na klaviru *Steinway* D7

Za određenje parcijale devijacija frekvencije iznosi više od 30 Hz i za očekivati je da je to razlog zbog koga algoritam nije konvergirao. Međutim, nakon posmatranja izgleda krivih devijacija frekvencija parcijala za sve tonove, kod kojih izračunati koeficijent B ne odstupa, zaključeno je da i kod njih postoji nekoliko parcijala koji odstupaju za nekoliko desetina Hz. Glavni razlog za to što algoritam nije konvergirao je porast vrednosti devijacije frekvencije parcijala koji su iznad petnaestog harmonika. Taj porast je konstantan i javlja se do tridesetog harmonika. Na osnovu pravila za adaptiranje koraka koja su definisana u predloženom algoritmu za određivanje koeficijenta inharmoničnosti može

se zaključiti da ovakvo povećanje vrednosti devijacije frekvencije za niz uzastopnih harmonika ne može dovesti do oblika krive prikazanom na Slici 2.

Razlozi za velike vrednosti devijacije frekvencije iznad petnaestog parcijala mogu se pronaći posmatranjem spektra signala analiziranog tona. Na Slici 5 prikazan je izgled dela spektra tona kod koga se javlja veliko odstupanje koeficijenta inharmoničnosti. Na slici se uočava da pored diskretnih komponenti koje odgovaraju parcijalima postoje i komponente koje nisu celobrojan umnožak frekvencije osnovnog tona. Ovakvi fenomeni su posledica složenih graničnih uslova i prostiranja zvuka kroz zategnute žice klavira, koje mogu biti pričvršćene na razne načine. Ove komponente na višim frekvencijama javljaju se i u neposrednoj blizini parcijala od koga mogu biti i veće po amplitudi. U takvim slučajevima procena frekvenciju parcijala, koja predstavlja ulazni podatak u adaptivni algoritam, nije lako utvrditi. Ako se posmatra deo spektra u kom se nalazi 28. harmonik analiziranog tona nije jasno šta je tačna pozicija parcijala. Procena frekvencije parcijala u ovim slučajevima je pogrešna, a samim tim i izračunata devijacija frekvencije parcijala. Pošto se pogrešna procena frekvencije parcijala može desiti za više uzastopnih parcijala korišćeni algoritam ne može da pronađe vrednost koeficijenta inharmoničnosti pomoću koga bi se ova devijacija smanjila. Za parcijale iznad 33. gotovo da nije moguće odrediti maksimalnu vrednost u spektru, a samim tim ni utvrditi poziciju parcijala.

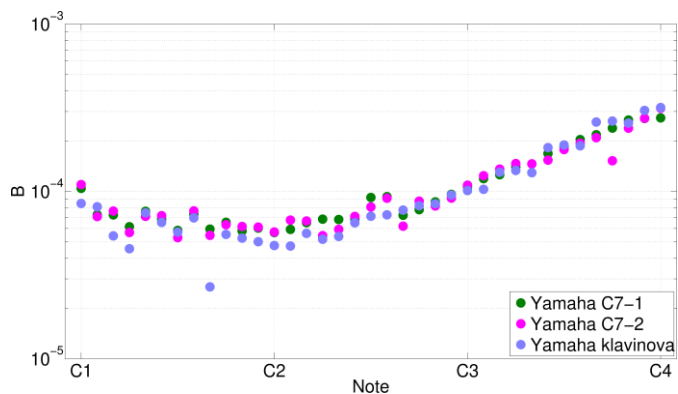
Za konvergenciju korišćenog algoritma pogodno je koristiti veći broj parcijala tona za izračunavanje koeficijenta inharmoničnosti zbog numeričkog postupka u kom se posmatra razlika susednih devijacija frekvencije, odnosno što je više razlika, veće su šanse da algoritam konvergira. Sa druge strane povećanjem broja parcijala pojavljuje se problem određivanja frekvencije parcijala, koji je prethodno opisan, pa bi trebalo koristiti manji broj parcijala u adaptivnom postupku. Zbog toga je, za analizu realnih klavira potrebno pronaći kompromis između ova dva zahteva. U nastavku ovog poglavlja analiziran je uticaj broja parcijala izabranih za izračunavanje koeficijenta inharmoničnosti na tačnost izračunavanja.



Sl. 6 Koeficijenti inharmoničnosti za klavir *Steinway* D7 računati sa različitim brojem harmonika

Na Slici 6 prikazane su zavisnosti koeficijenta inharmoničnosti B klavira marki *Steinway* za slučaj kada su

koeficijenti računati na osnovu procenjene frekvencije tonova sa 40, 20 i 10 harmonika. Na osnovu slika može se zaključiti da predloženi algoritam za određivanje koeficijenta inharmoničnosti daje različite vrednosti ukoliko se promeni broj harmonika na osnovu kog se procenjuje frekvencija parcijala tonova. Ukoliko se uporede vrednosti koeficijenta inharmoničnosti računane na osnovu 40 i 20 parcijala, od 37 tonova koji pripadaju prikazanom opsegu, za 33 tona dobijaju se približne iste vrednosti. Za slučaj kada se koeficijent inharmoničnosti računa na osnovu 10 parcijala postoje značajna odstupanja u vrednostima koeficijenta B . U ovom slučaju za 24 tona se dobijaju iste vrednosti koeficijenta inharmoničnosti kao kada se računa sa 40 parcijala. Tonovi za koje odstupaju vrednosti koeficijenta B računane sa 10 parcijala pripadaju tonovima nižeg registra. Takav rezultat je i očekivan jer tonovi iz nižeg registra poseduju veći broj parcijala u odnosu na tonove iz viših registara. Ukoliko postoji tendencija da se predloženi algoritam koristi kao metoda koja se odlikuje kratkim vremenom izvršavanja algoritma, moguće je računati koeficijent inharmoničnosti na osnovu 20 parcijala bez značajnijih gubitaka u tačnosti vrednosti koeficijenta B . Takođe, ukoliko su od interesa isključivo vrednosti koeficijenta inharmoničnosti tonova klavira iz viših oktava, a istovremeno je poželjno kratko vreme izvršavanja algoritma, moguće je koeficijent B izračunati na osnovu 10 parcijala tona.

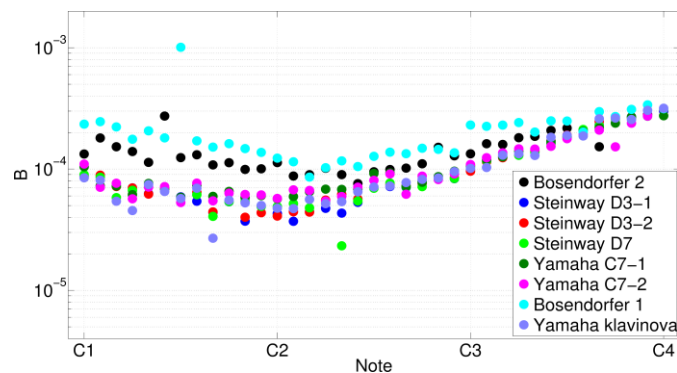


Sl. 7 Koeficijenti inharmoničnosti tonova za 3 klavira marke *Yamaha*

Na slici 7 prikazani su izračunati koeficijenti inharmoničnosti tonova za dva klavira *Yamaha C7* i jednu klavinovu marke *Yamaha*. Takođe, kao i u prethodnom slučaju koeficijent inharmoničnosti B računat je na osnovu procenjene frekvencije sa 40 harmonika. U odnosu na koeficijente B za tonove klavira marke *Steinway* koeficijenti B tonova klavira marke *Yamaha* više odstupaju u odnosu na generalni oblik krive koeficijenta inharmoničnosti. Najveća odstupanja koeficijenta B javljaju se za tonove G1, G#1, D#2, E2 i F2 za klavire *Yamaha C7-1* i *C7-2*. Uzroci ovih odstupanja su ista kao i u prethodno analiziranom slučaju i pripisuju se pogrešnoj proceni frekvencije viših parcijala iz spektra snimljenog signala klavira. Za razliku od klavira *Steinway D7* i *D3-2* klaviri *Yamaha C7-1* i *C7-2* su novi, tek kupljeni klaviri na kojima još uvek nije svirano. Na osnovu subjektivnog doživljaja prilikom snimanja tonova klavira

Yamaha C7-1 i *C7-2* uočeno je da je zvuk proizveden na ovim klavirima „zvonkiji“ u odnosu na ostale. Pijanisti sa Fakulteta Muzičkih Umetnosti su nam skrenuli pažnju da se na tim klavirima još uvek ne sviraju koncerti, već da je potrebno neko vreme razrađivanja samog instrumenta kako bi se postigla određena toplina u boji zvuka klavira. Na slici 7 nalaze se i vrednosti koeficijenta inharmoničnosti za klavinovu marke *Yamaha*. Ukoliko se uporede vrednosti koeficijenta inharmoničnosti za klavinovu i dva klavira iste marke sa slike, koeficijenti inharmoničnosti klavinove ne odstupaju značajnije ni za jedan ton za razliku od klavira. Jedan od razloga može biti što klavinova predstavlja digitalnu verziju klavira, čiji se mehanizam zasniva na malim metalnim čekićima, koji teže da budu iste težine kao i čekići akustičkih klavira. Takođe, za razliku od akustičkih klavira koji čekićem pobuđuju žice čekići klavinove aktiviraju digitalne senzore za pritisak koji kasnije reprodukuju zvuk.

Na Slici 8 prikazane su vrednosti koeficijenta inharmoničnosti B tonova za svih 8 klavira od interesa i tonove iz opsega C1 do C4. Iako su koeficijenti inharmoničnosti B računati za celokupne opsege klavira na graficima su prikazani samo koeficijenti koji obuhvataju tri oktave iz nižeg registra klavira zbog preglednosti grafika. Na osnovu slike se može zaključiti da postoji relativno poklapanje vrednosti koeficijenta za 6 klavira, dok najviše odstupaju koeficijenti inharmoničnosti tonova odsviranih na dva klavira marke *Bösendorfer*. Taj rezultat pokazuje da se na osnovu analize koeficijenta inharmoničnosti tonova može izvršiti klasifikacija klavira prema starosti. Takođe, s obzirom na svirački vek pomenuta dva klavira odlikuju se i činjenicom da nisu naštimovani.



Sl. 8 Koeficijent inharmoničnosti tonova iz opsega C1-C4 za 8 klavira

IV. ZAKLJUČAK

U ovom radu prikazana je analiza tipova klavira na osnovu algoritma za procenu koeficijenta inharmoničnosti. Formirana je baza snimaka koja se sastoji od preko 700 tonova odsviranih na osam različitih klavira. Snimljeni tonovi pripadaju kompletnom registru klavira. Klaviri čiji su tonovi analizirani razlikuju se na osnovu tipa, starosti i učestalosti sviranja. Pokazano je da se predloženi PFD (*Partial Frequency Deviation*) algoritam može koristiti ne samo za procenu koeficijenta inharmoničnosti tonova klavira, već i za neku vrstu klasifikacije različitih klavira. Sprovedena je

komparativna analiza istih marki klavira različitih oznaka kao što su *Steinway D7* i *D3* i *Yamaha C7* i klavinova. Pokazano je da se na osnovu koeficijenta inharmoničnosti tonova moguće izvršiti poređenje tipova klavira. Takođe, izvršeno je poređenje vrednosti koeficijenta inharmoničnosti računatog na osnovu različitog broja parcijala. Koeficijent B računat je na osnovu 10, 20 i 40 parcijala. Pokazano je da ukoliko postoji tendencija za kraćim vremenom izvršavanja algoritma, moguće je proceniti koeficijent inharmoničnosti tona na osnovu 20 harmonika. Takođe, ukoliko se vrši analiza samo na osnovu tonova iz viših registara klavira moguće je izvršiti procenu koeficijenta inharmoničnosti na osnovu samo 10 parcijala posmatranih tonova. Glavni nedostatak ovog algoritma pri analizi snimaka realnih klavira predstavlja procena frekvencije viših parcijala iz spektra. Zbog pogrešne procene frekvencije javljaju se velike devijacije frekvencije parcijala koje adaptivni algoritam ne može da smanji iterativnim postupkom. Dalja unapređenja ovog algoritma ići će u pravcu implementacije metoda kojima bi se ovaj problem rešio. Izvedeni zaključci su korisni za buduća istraživanja gde će se priloženi algoritam koristiti za estimaciju koeficijenta inharmoničnosti drugih žičanih instrumenata u cilju njihove klasifikacije na osnovu različitih parametara.

ZAHVALNICA

Ovaj rad je realizovan u okviru projekta TR36026 koji finansira Ministarstvo prosvete, nauke i tehnološkog razvoja Republike Srbije. Zahvaljujemo se kolegama sa Fakulteta Muzičkih Umetnosti na ustupljenim muzičkim instrumentima i formiranju baze snimaka.

LITERATURA

- [1] Gerald Abraham, *The Concise Oxford History of Music*, 1979
- [2] Gleb Anfilov, *Physics and Music*, University Press of the Pacific 2001, ISBN-13:978-0898754193
- [3] John William Strutt, Lord Rayleigh, *The Theory of Sound*, Macmillan 1894
- [4] Harvey Fletcher, *Normal Vibration Frequencies of a Stiff Piano String*, 1964, *The Journal of the Acoustical Society of America*, Vol.36, No.1
- [5] Galembo, A. S., and Askenfelt, A. (1999). "Signal representation and estimation of spectral parameters by inharmonic comb filters with application to the piano," *IEEE Trans. Speech Audio Process.* 7(2), 197–203.
- [6] Askenfelt, A., and Galembo, A. S. (2000). "Study of the spectral inharmonicity of musical sound," *Acoust. Phys.* 46(2), 121–132.
- [7] Klapuri, A. (2003). "Multiple fundamental frequency estimation based on harmonicity and spectral smoothness," *IEEE Trans. Speech Audio Process.* 11(6), 184–194.J.
- [8] Jukka Rauhala, Heidi-Maria Lehtonen, Vesa Välimäki, *Fast automatic inharmonicity estimation algorithm* (2007), *The Journal of the Acoustical Society of America* 121, EL184, DOI: 10.1121/1.2719043
- [9] Rabiner L., *On the use of autocorrelation analysis for pitch detection* (1977), *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, Vol.25, No.1, 24-33
- [10] *Frequency for equal-tempered scale*, dostupno na: <https://pages.mtu.edu/~suits/notefreqs.html>, pristupano 01.08.2020.

ABSTRACT

"Ideal" string that is tightened at both ends, but is not characterized by stiffness, oscillates when being triggered, creating a series of harmonics that represent integer multiplication of fundamental frequency of the string. In reality, when string is observed from the aspect of stiffness, after it is excited, the resulting harmonics will not be integer multiplication of fundamental frequency of the string, yet harmonics will have a frequency shift in relation to the harmonics of the ideal string. The phenomenon of frequency shifted harmonics is represented in all string instruments and is called inharmonicity. In this paper, implementation and usage of an algorithm for inharmonicity coefficient determination of piano tones is presented. The algorithm is based on an adaptive process that calculates the frequency deviation of tone partials from expected frequencies for a given tone. Testing of proposed algorithm was performed on realistic tones of different pianos. An analysis of inharmonicity coefficients of piano tones calculated with a different number of partials was performed. The accuracy of the algorithm was examined and cases in which the algorithm gives results that deviate from the correct ones were determined. It was found that based on the values of the inharmonicity coefficient for piano tones, it is possible to classify pianos based on their type, age and frequency of playing.

Analysis of different pianos based on algorithm for inharmonicity estimation

Tatjana Miljković, Miloš Bjelić, Dragana Šumarac
Pavlović, Jelena Čertić