

# Stohastičko merenje slabih prostoperiodičnih signala i detekcija nule - teorijski aspekt

Bojan Vujičić, Dragan Pejić, Vladimir Vujičić

**Apstrakt**—U radu je postavljen i rešen problem merenja slabih AC signala i detekcije AC nule primenom dvobitne stohastičke digitalne merne metode. Pokazano je kako se sa detekcijom nule na opisani način može zaći u subnanovoltno područje.

**Ključne reči**—Stohastička digitalna merna metoda, detekcija nule, merenje slabih prostoperiodičnih signala, nanovoltmetar.

## I. INTRODUCTION

Na Katedri za električna merenja FTN u Novom Sadu eksperimentalno je istraživao uticaj rezolucije primenjenog fleš A/D konvertora na mernu nesigurnost instrumenta – dvostrukog trofaznog analizatora snage MM2 u kome je primenjena stohastička digitalna merna metoda (SDMM). Ovaj uređaj je prikazan na sici 1. Favorit je bila dvobitna rezolucija, ali je izrađen i jedan prototip sa četvorobitnim fleš A/D konvertorom. Uočeno je da u slučaju merenja malih struja (što je bitno u merenju malih snaga i, posebno, malih energija) sa približavanjem amplitude nuli:

a) u oba slučaja (i kod dvobitnog i kod četvorobitnog A/D konvertora) raste preciznost (smanjuje se standardna devijacija merenja amplitude), i

b) u slučaju četvorobitnog fleš A/D konvertora standardna devijacija je znatno (nekoliko puta) manja za istu vrednost amplitude.

To je bila motivacija da se taj problem uopšti kao problem merenja ekstremno malih prostoperiodičnih signala i detekcije AC nule, i da se detaljno teorijski istraži. U radovima [1], [2], [3], [4], [5] iz više aspekata je prikazana teorija SDMM i pokazana teorijska zavisnost merenja, u prvom redu efektivne vrednosti i harmonika od rezolucije primenjenog A/D konvertora i uređaja za obradu (množača/akumulatora). Za tu svrhu je bilo potrebno precizno definisati hardverski i softverski model mernog instrumenta, odnosno, detektora AC nule.

S druge strane, nul-detektor je klasičan merni instrument (AC voltmetar) koji detektuje ravnotežu AC mernog mosta. Najviše je korišćen šezdesetih i sedamdesetih godina prošlog veka [6]. Zatim je došlo do promene u konstrukciji AC mernih mostova tako da su dve grane mosta postale digitalni,

Bojan Vujičić - Fakultet tehničkih nauka Novi Sad, Univerzitet u Novom Sadu, Trg Dositeja Obradovića 6, 21000 Novi Sad, Srbija (e-mail: bojanvuj@uns.ac.rs).

Dragan Pajić - Fakultet tehničkih nauka Novi Sad, Univerzitet u Novom Sadu, Trg Dositeja Obradovića 6, 21000 Novi Sad, Srbija (e-mail: pejicdra@uns.ac.rs).

Vladimir Vujičić - Fakultet tehničkih nauka Novi Sad, Univerzitet u Novom Sadu, Trg Dositeja Obradovića 6, 21000 Novi Sad, Srbija (e-mail: vujicicv@uns.ac.rs).



Slika 1. Dvostruki trofazni analizator snage MM2.

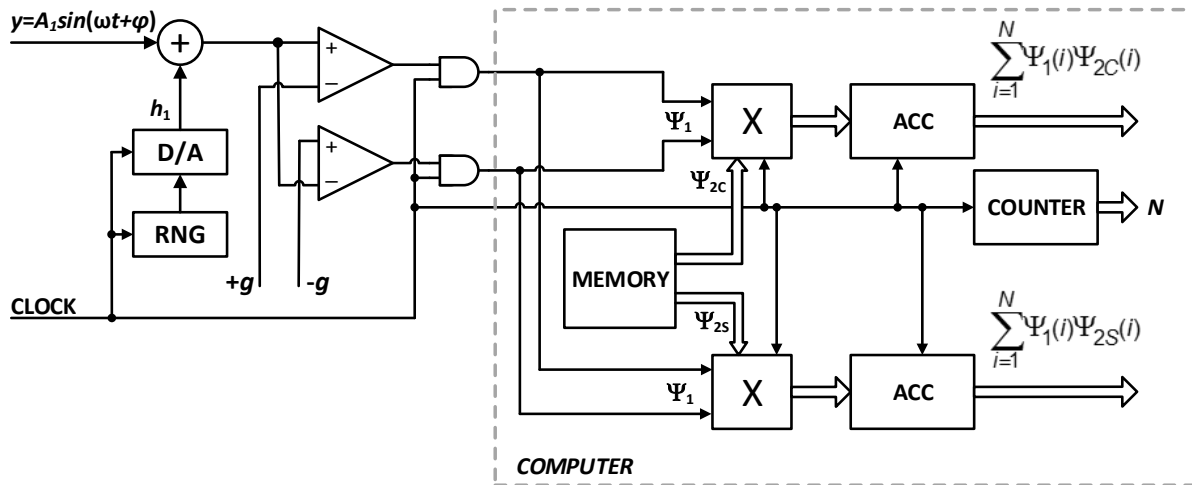
softverski kontrolisani izvori AC napona [7]. Navedeni pristup (mostovi sa dva izvora AC napona) je praktično definisao AC merni most kao jedinstven digitalni sistem sa jedinstvenim vremenom i frekvencijom. To je činjenica koja izuzetno olakšava detekciju nule jer uravnotežavanje i detekcija nule postaju delovi istog digitalnog algoritma. Rezolucija A/D konvertora (u mernoj dijagonali) i dva D/A konvertora (u granama mosta) su obično jednake, mada to nije neophodno. AC most sa dva izvora može biti realizovan i drugačije: razvoj digitalnih generatora funkcija je omogućio da imamo nekoliko nezavisnih izvora u istom instrumentu [7], pa se dva izvora (kanala) mogu usvojiti za jedan most. Blok za detekciju AC nule je tada poseban element koga treba povezati u digitalni sistem mosta. Visoka tačnost i visoka stabilnost savremenih generatora funkcija ( $1 \cdot 10^{-6}/\text{god}$ ) omogućavaju punu primenu SDMM za detekciju nule. SDMM [9], zahvaljujući upotrebi uniformnog slučajnog ditera postiže visoku rezoluciju iako radi sa A/D konvertorima niske rezolucije, najčešće dvobitnim. Postiže i visoku tačnost jer, zbog jednostavnog hardvera, ima mali broj izvora sistematske greške. U radu [5] je pokazano kako se metodološki može čak za više od tri reda veličine smanjiti uticaj ofseta komparatora u dvobitnom fleš A/D konvertoru na tačnost merenja AC signala. Ofseti komparatora su ključni uticajni faktori u ovom merenju.

U ovom radu se analizira osobina SDMM – porast rezolucije sa približavanjem mernog AC signala nuli i njena primena u merenju ekstremno malih prostoperiodičnih signala i u detekciji AC nule. Ona se analizira teorijski, a dobijeni rezultati se proveravaju simulaciono u programima koji su napisani u programskom jeziku Delphi.

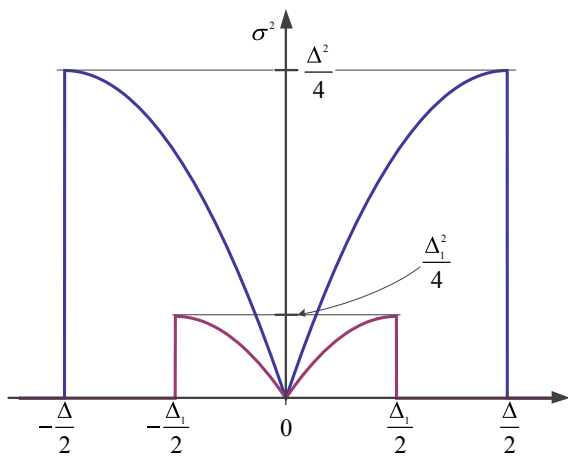
## II. PREDLOG REŠENJA

### A. Hardverski model

Usvaja se dvobitni fleš A/D konvertor sa promenljivom rezolucijom, odnosno kvantom,  $\Delta_1 = R_1 = 2g$ , za merenje AC



Slika 2. Šematski prikaz teorijskog hardverskog modela stohastičkog digitalnog detektora nule.

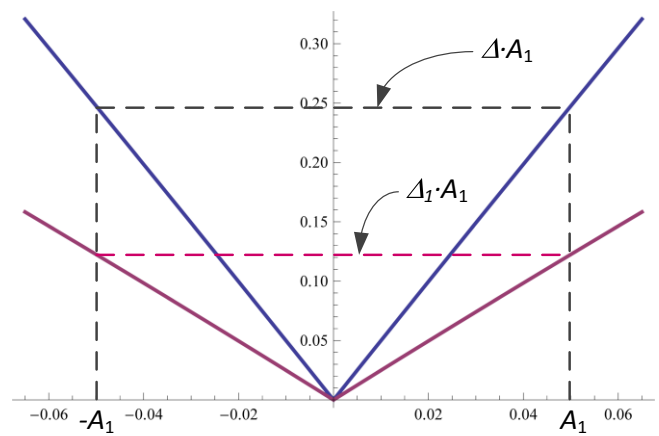


Slika 3. Varijansa izlaza dvobitnog A/D konvertora u  $\Delta/2$  i  $\Delta_1/2$  okolini nultog kvantnog nivoa.

signala, kao na (slika 2). Sa promenljivim kvantom  $\Delta_1$  on može da predstavlja i četvorobitni i, uopšte, višebitne konvertore u blizini nule. U bliskoj okolini nule je amplituda  $A \ll \Delta_1$ , pa viši kvantni nivoi nisu ni bitni. Varijansa SDMM definiše njenu preciznost i na slikama (slike 3 i 4) se vidi uticaj veličine kvanta na njenu vrednost. Na slici 3 je posebno istaknuta linearna zavisnost varijanse od amplitude sinusoidalnog signala u bliskoj okolini nultog kvantnog nivoa. To je od ključnog značaja za nalaženje teorijske granice detekcije nule, odnosno, rešenje problema u celini. Relacije na osnovu kojih su dobijeni grafici na slikama (slike 3 i 4) su izvedene u [9] (dodaci 2 i 3). Kao uređaj za obradu se usvaja računar sa USB priključkom koji radi u floating-point aritmetici u dvostrukoj preciznosti, pa je njegova rezolucija ekstremno visoka, i praktično je  $\Delta_2 = 0$ .

### B. Softverski model

Usvaja se algoritam DFT za merenje amplitude osnovnog, u AC mostnim metodama i jedinog harmonika amplitude  $A_1$ .



Slika 4. Normirana varijansa izlaza dvobitnog A/D konvertora u okolini nultog kvantnog nivoa za sinusni signal amplitude  $A \ll \Delta = 2\Delta_1$ .

## III. REŠENJE TEORIJSKOG PROBLEMA

Na slici 2 je šematski prikazan teorijski hardverski model uređaja za merenje ekstremno malih sinusoidalnih napona. Ako primenom stohastičke digitalne merne metode merimo srednju vrednost integrala proizvoda dva signala na konačnom vremenskom intervalu  $T = t_1 - t_2$  i ako sempling učestanost  $f_s \rightarrow \infty$ , onda je

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{\sum_{i=1}^N \Psi_1(i)\Psi_2(i)}{N} = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} f_1(t)f_2(t) dt \quad (1)$$

i tada nema greške, odnosno, merna nesigurnost je nula. Ako je, pak, frekvencija semplovanja konačna, a kvant A/D konvertora na oba kanala  $\Delta$ , tada važi:

$$\frac{\sum_{i=1}^N \Psi_1(i)\Psi_2(i)}{N} \approx \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} f_1(t)f_2(t) dt \quad (2)$$

a varijansa srednje vrednosti greške kvantizacije  $\sigma_e^2$  je ograničena i iznosi:

$$\sigma_e^2 = \frac{\sigma_e^2}{N} \leq \frac{1}{N} \left\{ \frac{\Delta_1^2}{4} \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} (f_1^2(t) + f_2^2(t)) dt + \frac{\Delta_1^4}{16} \right\} \quad (3)$$

U uređaju uvek je  $y_1 = f_1(t) = A_1 \sin(\omega t + \varphi) = A \sin(\omega t + \varphi)$ , a

$y_2$  je ili  $y_2 = f_2(t) = \cos(\omega t)$  ili je  $y_2 = f_2(t) = \sin(\omega t)$  u zavisnosti od toga da li se meri kosinusna ili sinusna komponenta osnovnog harmonika AC signala. Greška  $e$  je definisana u svakom trenutku sa:

$$\Psi = \Psi_1 \cdot \Psi_2 = y_1 y_2 + e \quad (4)$$

Kada su rezolucije, odnosno kvanti merenja  $y_1$  i  $y_2$  različiti, relacija (3) postaje:

$$\sigma_e^2 = \frac{\sigma_e^2}{N} \leq \frac{1}{N} \left\{ \frac{\Delta_1^2}{4} \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} f_2^2(t) dt + \frac{\Delta_2^2}{4} \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} f_1^2(t) dt + \frac{\Delta_1^2 \Delta_2^2}{16} \right\} \quad (5)$$

Specijalan slučaj relacije (5) je slučaj kada je  $\Delta_2^2 \ll \Delta_1^2$ , praktično govoreći, situacija kad  $\Delta_2 \rightarrow 0$ .

$$\sigma_e^2 = \frac{\sigma_e^2}{N} \leq \frac{1}{N} \frac{\Delta_1^2}{4} \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} f_2^2(t) dt \quad (6)$$

Ako je  $y_2 = f_2(t)$  funkcija iz Furijeove ortonormirane baze, onda je merna nesigurnost ograničena konstantom ako je interval vremena  $t_2 - t_1$  jedna ili ceo broj perioda funkcije  $y_2 = f_2(t)$

$$\sigma_e^2 = \frac{\sigma_e^2}{N} \leq \frac{1}{N} \frac{\Delta_1^2}{4} \cdot \frac{1}{2} \quad (7)$$

za proizvoljnu funkciju iz Furijeove ortonormirane baze. U svim ovim slučajevima je pretpostavljeno da je  $|y_1|_{\max} \leq \Delta_1$  ili  $|y_1|_{\max} \ll \Delta_1$ . U slučaju merenja vrlo slabog AC signala ili detekcije nule je  $y_1 = A \sin(\omega t + \varphi)$  i  $A \rightarrow 0$ . Kako je  $|y_1|_{\max} = A \rightarrow 0$ , sledi da je  $|y_1|_{\max} \ll \Delta_1$  što je potpuno drugačija situacija u odnosu na dosad istraživane i analizirane. Na slici 2 je prikazana zavisnost  $\sigma_e^2(y_1)$  u slučaju dvobitnog A/D konvertora u stohastičkoj digitalnoj mernoj metodi:

$$\sigma_e^2(y_1) = |y_1| (\Delta_1 - |y_1|) \quad (8)$$

Ako je  $|y_1|_{\max} = A \ll \Delta_1$ , onda je

$$\sigma_e^2(y_1) \leq \Delta_1 \cdot A \quad (9)$$

pa relacija (7) postaje:

$$\sigma_e^2 \leq \frac{1}{N} \frac{\Delta_1 \cdot A}{2} = \varepsilon^2 \quad (10)$$

Kompletno izvođenje relacije (10), ključne za analizu mogućnosti primene SDMM na detekciju nule, dato je u Dodatku 3 u [9].

Ako želimo da izmerimo amplitudu napona  $A$  pomoću stohastičke digitalne merne metode i hardvera (slika 2), onda je:

$$A_m = \sqrt{a_m^2 + b_m^2} \leq \sqrt{(a + \varepsilon)^2 + (b + \varepsilon)^2} \quad (11)$$

merena vrednost amplitude  $A_m$ , a

$$A = \sqrt{a^2 + b^2} \quad (12)$$

tačna vrednost amplitude  $A$ . Ako  $A \rightarrow 0$ , onda i  $a^2 \rightarrow 0$  i  $b^2 \rightarrow 0$ , odnosno  $|a| \rightarrow 0$  i  $|b| \rightarrow 0$ , pa (11) postaje:

$$A_m \leq \sqrt{2\varepsilon^2} = \sqrt{\frac{\Delta_1 \cdot A}{N}} \quad (13)$$

Podatak o amplitudi, u slučaju mernog mosta, nemamo, nego samo:

$$a_m = \frac{2}{N} \sum_{i=1}^N \Psi_1(i) \Psi_{2C}(i) \approx a \quad (14)$$

$$b_m = \frac{2}{N} \sum_{i=1}^N \Psi_1(i) \Psi_{2S}(i) \approx b \quad (15)$$

S druge strane, granica merne nesigurnosti zavisi od amplitude. U slučaju (13) verovatnoća da je  $A = 0$  je 68 % jer je faktor prekrivanja 1 (budući da se radi o Normalnoj raspodeli greške). Dva puta veća granica je u slučaju da je verovatnoća 95 %, odnosno, faktor prekrivanja 2. Na samoj granici je:

$$A_m = A_g = 2 \sqrt{\frac{\Delta_1 \cdot A_g}{N}} \quad (16)$$

pa važi

$$A_g = \frac{4\Delta_1}{N} \quad (17)$$

Kada je merena veličina  $A_m$ , unutar kruga poluprečnika  $A_g = (4\Delta_1)/N$  u kompleksnoj ravni, detektovana je nula sa 94 % pouzdanosti. Lako se pokazuje [9] da pojačanjem signala i produžavanjem intervala vremena merenja dalje može suziti granica detekcije nule:  $A_g = (9\Delta_1)/(kN)$ . Napominjemo da je sada faktor prekrivanja 3 i pouzdanost 99.7%, a  $k$  je pojačanje signala.

Neka su parametri merenja, odnosno SDMM  $\Delta_1 = 0.05$  V,  $f_s = 500$  kHz,  $t_2 - t_1 = 100$ s i  $k = 100$ . Tada je na osnovu upravo navedene relacije:

$$A_g = \frac{9 \cdot 0.05 \text{ V}}{100 \cdot 5 \cdot 10^5 \cdot 100} = \frac{9 \cdot \cancel{5} \cdot 10^{-2} \text{ V}}{10^4 \cdot \cancel{5} \cdot 10^5} = 9 \cdot 10^{-11} \text{ V} \approx 1 \cdot 10^{-10} \text{ V}$$

odnosno

$$A_g \approx 0.1 \text{ nV}.$$

Već za ovakav skroman izbor parametara merenja korišćenjem dvobitne stohastičke digitalne merne metode se dobija izuzetno uska teorijska granica detekcije nule i to sa pouzdanošću od 99,7% . Ona se i dalje može sužavati, bilo:

- Smanjenjem  $\Delta_1$ ,
- povećanjem frekvencije semplovanja  $f_s$ ,
- odnosno produžavanjem intervala merenja,
- povećanjem pojačanja.

#### IV. ZAKLJUČAK

U radu je pokazano kako se može, primenom dvobitne SDMM, realizovati AC nanovoltmetar, odnosno, izuzetno osetljivi detektor AC nule u subnanovoltnom području. Korektnost opisane teorije i izvedenih zaključaka je eksperimentalno proverena na realizovanom prototipu koji potvrđuje koncept. Teorija je potvrđena u okviru mogućnosti Laboratorije za metrologiju FTN u Novom Sadu tj. u mikrovoltnom području.

## REFERENCES

- [1] V. V. Vujcic, S. S. Milovancev, M. D. Pesaljevic, D. V. Pejic, and I. Z. Zupunski, "Low-frequency stochastic true RMS instrument," *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, vol. 48, no. 2,
- [2] V. Vujcic, "Generalized low-frequency stochastic true RMS instrument," *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, vol. 50, no. 5, pp. 1089–1092, Oct. 2001.
- [3] B. M. Santrac, M. A. Sokola, Z. Mitrovic, I. Zupunski, and V. Vujcic, "A novel method for stochastic measurement of harmonics at low signal-to-noise ratio," *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, vol. 58, no. 10, pp. 3434–3441, 2009.
- [4] A. Radonjic, P. Sovilj, and V. Vujcic, "Measurement uncertainty bounds of DSM method," 2012, pp. 572–573.
- [5] D. Pejic, M. Urekar, V. Vujcic, and S. Avramov-Zamurovic, "Comparator offset error suppression in stochastic converters used in a watt-hour meter," 2010, pp. 235–236
- [6] "Tuned Amplifier and Null Detector." General Radio Company, Apr-1962.
- [7] D. Tarach and G. Trenkler, "A noise-adaptive digital null detector," *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, vol. 46, no. 2, pp. 435–438, Apr. 1997.
- [8] V. Vujičić, I. Župunski, Z. Mitrović, and M. Sokola, "Measurement in a point versus measurement over an interval," in *XIX IMEKO World Congress Fundamental and Applied Metrology*, 2009.
- [9] B. Vujcic, "Null Detection Using a Low Resolution A/D Converter (in Serbian)," PhD thesis, Faculty of Technical Sciences, University of Novi Sad, 2017.

## ABSTRACT

The paper presents and solves the problem of measuring weak AC signals and AC null-detecting using a two-bit stochastic digital measurement method. It is also shown how the proposed method for null-detecting can reach sub-nanovolt region.

## **Stochastic measurement of weak AC signals and AC null-detection - theoretical aspect**

Bojan Vujičić, Dragan Pejić, Vladimir Vujičić