

Analiza performansi kooperativnog diverziti sistema u kompozitnom fedingu modelovanom odnosom α - μ i gama raspodela

Edis Mekić, Irfan Fetahović, i Edin Dolićanin

Apstrakt— U ovom radu je izvedeno novo opšte, jednostavno rešenje u zatvorenom obliku za funkciju gustine verovatnoće odnosa proizvoda slučajnih promenljivih predstavljenih α - μ i Gama raspodelama i slučajne promenjive predstavljene Gama raspodelom. Ova rešenja se primenjuju u analizi performansi komunikacionih sistema sa kooperativnim diverziti sistemom koji se koristi za poboljšanje prijema signala na čije anvelope utiče brzi i spori feding, dok na anvelopu kokanalne interference utiče samo brzi feding.

Ključne reči— α - μ raspodela; Gama raspodela; feding; kooperativni diverziti

I. UVOD

Proizvodi i odnosi slučajnih promenljivih, kao i rešenja funkcija gustina verovatnoća (PDF) i kumulativnih funkcija (CDF) u zatvorenoj formi su u žiži interesovanja telekomunikacionih istraživanja.

Rešenja u zatvorenom obliku za PDF i CDF se mogu koristiti u analizi verovatnoće otkaza multihop kognitivnih mreža [1]. Kao posebno značajni u analizi otkaza i ergodičnog kapaciteta mreža i u prisustvu fedinga su se pokazali odnosi i proizvodi anvelopa signala koje su modelovane α - μ raspodelom [2]. Analiza odnosa signal interference (SIR) datog kao odnos proizvoda dve k - μ slučajne promenljive i Nakagami- m slučajne promenljive, kao i odnos proizvoda dve Rayleigh-ove slučajne promenljive i Rayleigh-ove slučajne promenljive je evaluirana u radovima [3,4] i korišćena za analizu bežičnih relejnih komunikacionih sistema koji se sastoje od dve sekcije, u prisustvu fedinga i kokanalne interference. Jednostavno matematičko rešenje u slučaju kada se koriste samo α - μ slučajne promenljive je dato u [5]. Dobijeno rešenje se koristi za modelovanje fedinga u multihop sistemima, u prisustvu kokanalne interference

Slučajna promenljiva može se koristiti za modelovanje anvelope signala u prisustvu fedinga. Feding je pojava da kvalitet prenosa signala opada zbog refleksije i refrakcije signala o objekte koji se nalaze na putanji istog (brzi feding) ili zbog velikih prepreka na putanji signala (spori feding). Osim ovoga, na anvelopu signala utiče i kokanalna interferenca koja se javlja zbog višestrukog korišćenja frekvencija. Anvelopa signala u prisustvu fedinga se može modelovati proizvodom dve slučajne promenljive [6], dok se kokanalna interferenca modeluje odnosom slučajnih

promenljivih [7].

Proizvod α - μ i lognormalne slučajne promenljive daju odlične rezultate u modelovanju realnih efekata sporog fediga, međutim primena lognormalne raspodele ne daje rešenja u zatvorenom obliku za PDF anvelope signala na prijemu [8]. Kao alternativa lognormalnoj raspodeli može se koristiti Gama raspodela [9].

Da bi ublažili efekte fedinga na anvelopu signala mogu se koristiti diverziti tehnike koje se sastoje od većeg broja antena [10].

U ovom radu ćemo analizirati bežičnu mrežu sa kooperativnim diverziti protokolom za ublažavanje efekta fedinga [11].

Brzi feding i njegovo delovanje na signal između predajnika i prijemnika u slučaju idealnog koherentnog prenosa u poludupleks modu modelovaćemo kao odnos α - μ promenljivih, dok ćemo efekat sporog fedinga modelovati kao proizvod ovog odnosa sa Gama slučajnom promenljivom. Dobijena rešenja za PDF biće primenjena u modelu kooperativne diverziti mreže, pošto su multihop relejni sistemi specijalni slučajevi ove diverziti tehnike. Validnost rezultata ćemo pokazati na primeru jednostavnog dual hop sistema.

II. FIZIČKI MODEL BEŽIČNE MREŽE SA KOOPERATIVNIM DIVERZITI PROTOKOLIMA

Primer bežične mreže koja se sastoji iz niza releja je dat na Sl.1. Terminali TS_1, TS_2, \dots, TS_N prenose signal do terminala TR_1, TR_2, \dots, TR_M , respektivno. Ovako definisan sistem može da se koristi kao osnova za modelovanje različitih bežičnih sistema. Recimo, možemo da predstavimo sistem mobilne telefonije ako pretpostavimo da su TS_1, TS_2, \dots, TS_N mobilni uređaji, a $TR_1 = TR_2 = \dots = TR_M$ bazne stanice. Model možemo da koristimo za reprezentaciju LAN mreže, bilo da je u pitanju ad-hoc ili mreža zasnovana na pristupnim tačkama. Ako pretpostavimo da su terminali $TR_1 = TR_2 = \dots = TR_M$, onda imamo LAN mrežu sa pristupnom tačkom, a ako pretpostavimo da je $TR_1 \neq TR_2 \neq \dots \neq TR_M$, onda imamo ad-hoc mrežu. Najzad, ako se svi terminali fokusiraju na prenos informacija od TS_1 do TR_M , dok su prelazni koraci prenosa redom od TR_1 do TS_2 , od TS_2 do TR_3 , ... TS_N do TR_M , onda imamo multihop sistem.

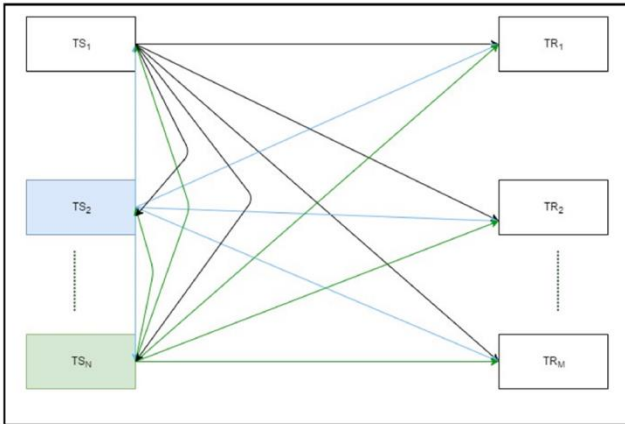
Poslednji navedeni model ćemo analizirati tako što ćemo

Edis Mekić – Departman za tehničko-tehnološke nauke, Državni univerzitet u Pazaru, Vuka Karadžića 9, 36300, Novi Pazar, Srbija (e-mail: emekic@np.ac.rs).

Irfan Fetahović – Departman za tehničko-tehnološke nauke, Državni univerzitet u Pazaru, Vuka Karadžića 9, 36300, Novi Pazar, Srbija (e-mail: ifetahovic@np.ac.rs).

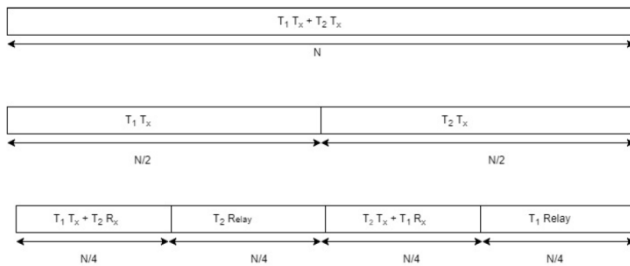
Edin Dolićanin – Departman za tehničko-tehnološke nauke, Državni univerzitet u Pazaru, Vuka Karadžića 9, 36300, Novi Pazar, Srbija (e-mail: edin@np.ac.rs).

ga ograničiti na mod poludupleksa, i to na takav način da svaki od releja pojačava primljeni signal. Radi jednostavnijeg računa pretpostavićemo da imamo idealni koherentni prenos, gde se primljeni signal u potpunosti obnavlja na transmisionom releju.



SI.1. Bežična mreža zasnovana na sistemu releja

Kanale između releja ćemo podeliti na ortogonalne podkanale, pri čemu će svaki od terminala koristiti i/n stepena slobode u kanalu (SI.2).



SI.2. Alokacija kanala

Sa obzirom na to da je prenos između predajnika i prijemnika pod uticajem i brzog i sporog fedinga, simetrija kanala će nam omogućiti da stavimo fokus za početak na jedan par predajnik-terminal.

III. STATISTIČKA ANALIZA PROIZVODA ODNOSA α - μ I GAMA SLUČAJNIH PROMENLJIVIH

Anvelope polaznog signala su modelovane slučajnim promenljivim $a[n]$, gde je $n=1,2,\dots,N/2$, dok drugi terminal prenosi vrednosti $n=N/2+1,\dots,N$. Terminal može da koristi samo polovinu stepena slobode. Anvelopu primljenog signala modelovaćemo kao proizvod odnosa slučajnih promenljivih.

$$\varphi[n] = \frac{a[n] c[n]}{b[n]} \quad (1)$$

Slučajne promenljive $a[n]$ i $b[n]$ su modelovane kao α - μ dok je $c[n]$ modelovana gama slučajnom promenljivom. PDF proizvoda odnosa izračunaćemo tako što za početak računamo PDF odnosa dve α - μ slučajne promenljive.

$$\phi[n] = \frac{a[n]}{b[n]} \quad (2)$$

$$p_\phi(\phi[n]) = \int_0^\infty |J| p_a(\phi[n] a[n]) p_b(b[n]) db \quad (3)$$

Vrednost $|J|$ je Jakobijan definisan na sledeći način:

$$|J| = \left| \frac{da[n]}{d\phi[n]} \right| = b[n] \quad (4)$$

PDF združene promenljive $\varphi[n]$ može se izračunati korišćenjem sledećeg izraza:

$$p_\varphi(\varphi[n]) = \int_0^\infty |J| p_a\left(\frac{\varphi[n]}{c[n]}\right) p_c(c[n]) dc \quad (5)$$

Odabir odgovarajuće kooperativne ili nekooperativne akcije je zasnovan na merenju odnosa signal-interferenca (SIR). Na prijemnoj strani merimo vrednosti anvelope signala. Možemo primeniti adaptiran mod prenosa, u skladu sa izmerenom vrednošću. Ako izmerena vrednost anvelope pada ispod određenog praga, ponavljamo prenos, a ako je iznad ovog praga onda prenosimo signal, ovo je korišćenje pojačaj i prosledi tehnike da bi se postigao diverziti.

Za kooperativni diverziti sistem, gde signal prolazi kroz niz releja, PDF slučajne promenljive može biti izračunat na sledeći način:

$$\varphi[n] = \min(\varphi[n]_1, \varphi[n]_2, \dots, \varphi[n]_N) \quad (6)$$

$$p_\varphi(\varphi[n]) = \sum_{m=1}^N |J| p_{\varphi_m}(\varphi[n]) \prod_{k=1, k \neq m}^N (1 - F_{\varphi_k}(\varphi[n])) \quad (7)$$

Sada ćemo modelovati efekte, brzog, sporog fedinga i interference. Za modelovanje anvelope na koju deluje brzi feding i interference koristimo α - μ raspodelu. Vrednost μ predstavlja broj klastera prenosa, dok koeficijent α predstavlja nelinearnost okoline. Radi jednostavnije analize slučajnu promenljivu između bilo kojih releja $a[n]$, predstavljamo kao promenljivu a .

Slučajna promenljiva α - μ raspodele je opisana sledećom jednačinom:

$$p_a(a) = \alpha \left(\frac{\mu a}{\Omega_a} \right)^{\mu a} \frac{\gamma^{\alpha \mu a - 1}}{\Gamma(\mu a)} e^{-\frac{\mu a \alpha}{\Omega_a}} \quad (8)$$

U datoj jednačini snaga anvelope signala je $\Omega_a = \varepsilon \langle a^\alpha \rangle$, α predstavlja nelinearnost okoline, μ_a je inverzna vrednost normalizovane varijanse α , ($\mu_a \geq 0.5$).

Spori feding modelovaćemo sledećom Gama slučajnom promenljivom:

$$p_a(a) = \frac{a^{k-1} e^{-\frac{a}{\Omega_a}}}{\Gamma(k) \Omega_a} \quad (9)$$

Vrednost sporog fedinga definisana je promenljivom k , pri čemu niža vrednost k znači da je veći uticaj sporog fedinga.

Da bi izračunali odgovarajući PDF slučajne promenljive φ dat jednačinom (5), prvo moramo da izračunamo PDF odnosa dve slučajne α - μ promenljive $\phi = a/b$, rešavanjem jednačine (3). Ovaj međukorak nam omogućuje da izračunamo združenu gustinu verovatnoće zaobilazeći kompleksnije Mellinove transformacije.

Primenom jednačina [12 (3.461 i 6.631), 13 (26)] združena gustina verovatnoće se može prikazati preko Meijer's G

funkcija.

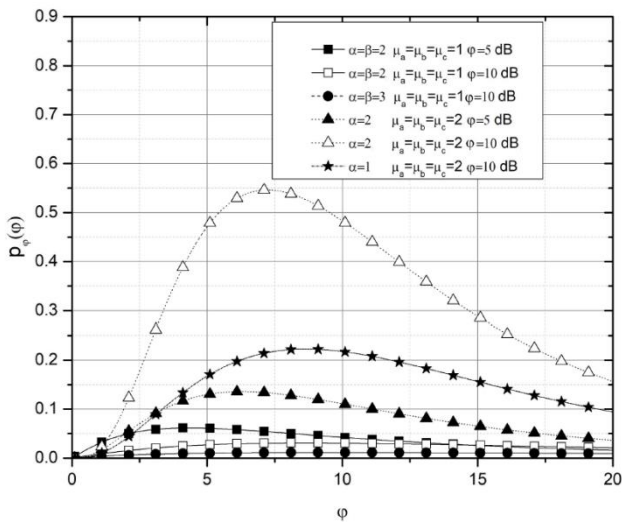
$$p_{\phi}(\phi) = \alpha \left(\frac{\mu_a \Omega_b}{\mu_b \Omega_a} \right)^{\mu_a} \frac{\phi^{\alpha \mu_a - 1}}{\Gamma(\mu_a) \Gamma(\mu_a)} G_{1,1}^{1,1} \left(\frac{1}{\phi^{\alpha} \mu_b \Omega_a} \middle| \begin{matrix} 1 - \mu_a - \mu_b \\ 0 \end{matrix} \right) \quad (10)$$

PDF promenljive ϕ se izvodi primenom izraza (5). Korišćenjem izraza [14, 15] dobijamo izraz za PDF u zatvorenom obliku preko Meijer's G funkcija.

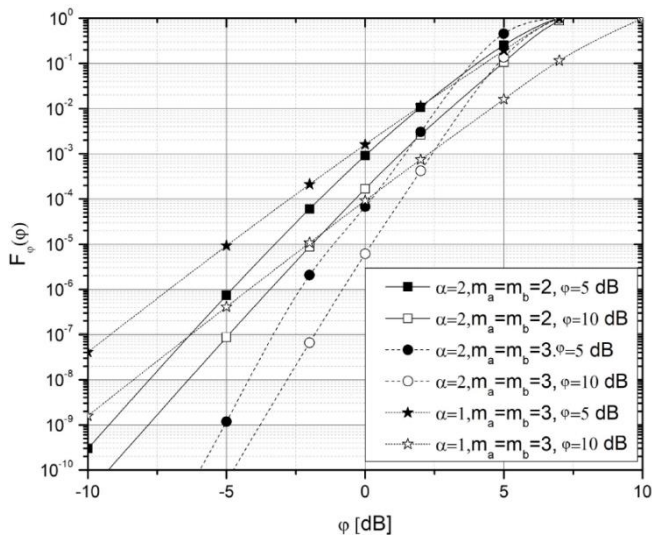
$$p_{\phi}(\phi) = \left(\frac{\mu_a \Omega_b}{\mu_b \Omega_a} \right) \left(\frac{1}{\Omega_c} \right)^{\alpha \mu_a} \frac{\alpha^{k - \alpha \mu_a - 1} \phi^{\alpha \mu_a - 1}}{(2\pi)^{\frac{\alpha - 1}{2}} \Gamma(\mu_a) \Gamma(\mu_c) \Gamma(k)} \times G_{1+\alpha, 1+\alpha}^{1, 1+\alpha} \left(\frac{1}{\phi^{\alpha} \mu_b \Omega_a \Omega_c} \middle| \begin{matrix} 1 - k + \alpha \mu_a \\ \mu_a + \mu_b \end{matrix}, \dots, \frac{1 - k + \alpha \mu_a}{2}, 1 \right) \quad (11)$$

CDF se može izračunati primenom sledećeg izraza

$$F_{\phi}(\phi) = \int_0^{\phi} p_{\phi}(s) ds \quad (12)$$



Sl.3. PDF za različite vrednosti parametra α - μ promenljive



Sl.4. CDF za različite vrednosti parametra α - μ promenljive

Primenom dobijenih izraza, a menjajući parametar α - μ u izvedenim izrazima, dobijen je matematički model koji pokazuje da povećanje snage anvelope signala smanjuje verovatnoću otkaza sistema. Na Sl.3. je dat PDF udružene gustine verovatnoće anvelope modelovanog signala, dok je verovatnoća otkaza data kroz numeričko izračunavanje CDF

anvelope koja je modelovana novom združenom gustinom verovatnoće (Sl.4), dok povećanje dubine fedinga povećava verovatnoću otkaza.

IV. ZAKLJUČAK

U radu je predstavljena analiza kooperativnog diverziti sistema kao jednog od pristupa za smanjivanje uticaja brzog i sporog fedinga na prenos signala u prisustvu interference. Uticaj efekata brzog fedinga i kokanalne interference smo modelovali odnosom dve α - μ slučajne promenljive, dok je efekat sporog fedinga modelovan proizvodom navedenog odnosa i Gama slučajnom promenljivom. Izračunat je izraz za PDF u zatvorenom obliku. Međutim, za kompletnu analizu neophodno je izračunati i CDF u zatvorenom obliku. To bi omogućilo brzu i efikasnu simulaciju ne samo navedenog slučaja, već i velikog broja drugih slučajeva koji se mogu izračunati kao specijalni slučajevi predstavljenog.

LITERATURA

- [1] Y. A. Rahama, M. H. Ismail, M. S. Hassan, "On the distribution of the product and ratio of products of EGK variates with applications", vol. 68, no. 2, pp. 231-238 Telecommunication Systems, 2018.
- [2] P. N. Rathie, A. K. Rathie, L. C. Ozelim, "The product and the ratio of $(\alpha$ - μ) random variables and outage, delay-limited and ergodic capacities analysis," vol. 4, no. 1, pp. 100-108, Physical Review and Research International, 2014.
- [3] D. Krstic, I. Romdhani, M.M.B. Yassein, S. Minic, G. Petkovic, P. Milacic, "Level crossing rate of ratio of product of 2 two ku random variables and Nakagami-m random variable," In: Computer and Information Technology; Ubiquitous Computing and Communications; Dependable, Autonomic and Secure Computing; Pervasive Intelligence and Computing (CIT/IUCC/DASC/PICOM), IEEE International Conference on 1620-162, 2015.
- [4] D. Krstic, M. Stefanovic, S. Minic, M. Peric, "Analysis of Ratio of One and Product of Two Rayleigh Random Variables and its Application in Telecommunications", no. 3, International Journal of Communications, 2018.
- [5] E. Mekic, N. Sekulovic, M. Bandjur, M. Stefanovic, P. Spalevic, "The distribution of ratio of random variable and product of two random variables and its application in performance analysis of multi-hop relaying communications over fading channels," vol. 8, no. 7A, pp. 133-137, Przeglad Elektrotechniczny, 2012.
- [6] G. E. Corazza and F. Vatalaro, "A statistical model for land mobile satellite channels and its application to nongeostationary orbit systems," vol. 43, pp. 738-741, IEEE Transactions Vehicular Technologies, 1994.
- [7] J.D. Parsons, *The Mobile Radio Propagation Channels*. 2nd ed. Wiley, 2002.
- [8] P.G. Babalis, C.N. Capsalis. "Impact of the combined slow and fast fading channel characteristics on the symbol error probability for multipath dispersion less channel characterized by a small number of dominant paths," vol. 47, no. 5, pp. 653-657, 1999.
- [9] T.A. Tsiftsis, "Performance of wireless multihop communications systems with cooperative diversity over fading channels," vol. 21, no. 5, pp. 559-565. International Journal of Communication Systems, 2008.
- [10] N. Dimitriou, A. Polydoros, A. Barnawi, "Cooperative schemes for path establishment in mobile ad-hoc networks under shadow-fading," vol. 11, no. 8, pp. 2556-2566, Ad Hoc Networks, 2013
- [11] D. da Costa, M. Yacoub, G. Fraidenaich, "Second-order statistics of equal-gain and maximal-ratio combining for the α - μ (generalized gamma) fading distribution," IEEE 9th International Symposium on Spread Spectrum Techniques and Applications, pp. 342-346, 2006.
- [12] I.S. Gradshteyn, I.M. Ryzhik, *Table of Integrals, Series, and Products*, 7th edition. New York, Academic, 2007.
- [13] V.S. Adamchik, O.I. Marichev, "Algorithm for calculating integrals of hypergeometric type functions and its realization in reduce system" in Proceedings of International Symposium on Symbolic and Algebraic Computation (ISSAC '90), pp. 212-224, 1990.
- [14] <http://functions.wolfram.com/07.34.17.0012.01>.
- [15] <http://functions.wolfram.com/07.34.21.0088.01>.

ABSTRACT

In this paper, we present novel general, simple, exact and closed-form expressions for the probability density function (PDF) and of ratio of product of random α - μ distributed variable and generalized Gamma distributed variable and random α - μ distributed variable. These results have application in performance analysis of cooperative diversity communication systems in different fading transmission environments where envelope of the signal is affected by fast and slow fading and envelope of co-channel interference by fast fading.

**Performance Analysis of the Cooperative Diversity
Communication Systems in Composite Fading Scenario
Modelled as Ratio of α - μ Variates and Gamma Variate**

Edis Mekić, Irfan Fetahović i Edin Dolićanin