

Modelovanje uticaja cilindrične nehomogenosti tla na uzemljivački sistem u njenoj okolini

Dragana Vukić, Dejan Jovanović, Nenad Cvetković

Apstrakt— Projektovanje i realizacija uzemljivačkog sistema na način da zadovolje željene karakteristike neretko zahteva i analizu uticaja nehomogenosti tla na karakteristike uzemljenja. Ponekada je moguće prisutnu nehomogenost tla aproksimirati kao vertikalni cilindrični domen. Takve nehomogenosti su razne cevi, bunari ili temelji stubova. U ovom preglednom radu objedinjeni su ranije izloženi rezultati primene postupka modelovanja nehomogenosti tla pomoću višeslojnog cilindričnog domena. Pristup je zasnovan na primeni Metoda momenata i odgovarajuće Grinove funkcije za cilindrični domen. Primena opisane procedure ilustrovana je na slučaju horizontalne elektrode u okolini cilindrične nehomogenosti kao i na problemu vertikalne elektrode u blizini bunara sa betonskim cilindričnim ometačem.

Ključne reči—Grinova funkcija, Metod Momenata, nehomogenost tla, otpornost.

I. UVOD

Uzemljivački sistem neophodan je i važan deo različitih elektroenergetskih i telekomunikacionih objekata, fabrika, postrojenja, zgrada i kuća. Postupak projektovanja i realizacije uzemljivačkog sistema koji treba da zadovolje projektne zahteve, odnosno odgovarajućim aktima predviđene tehničke normative, uključuje i modelovanje eventualne nehomogenosti tla, prisutne u okolini uzemljivačkog sistema. Vrlo često se nehomogenost tla može modelovati kao cilindrični (slojeviti ili homogeni domen) poznatih električnih parametara. Ovakvu aproksimaciju moguće je koristiti za karakterizaciju uzemljivača, odnosno uzemljivačkih sistema smeštenih u okolini bunara, raznih cevi itd. Kako je poznat oblik Grinove funkcije za tačkasti izvor u blizini takve nehomogenosti, može se uz primenu kvazistacionarne teorije likova, odrediti uticaj horizontalnog polucilindričnog homogenog domena ili vertikalnog cilindričnog domena na sistem uzemljenja. Taj pristup zasnovan na proceduri iz [1] proširen je i razmatran u [2-9], uz kombinovanu primenu sa Metodom momenata (MoM) [10]. Svi proračuni rezultat su programa realizovanih u MATLAB-u.

U ovom radu je opisan postupak modelovanja dvoslojnog cilindričnog domena i elektrode za uzemljenje u njegovoj

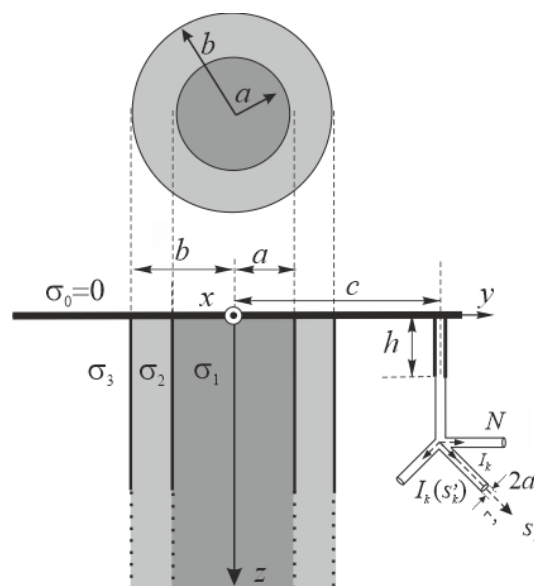
Dragana Vukić – Elektronski fakultet, Univerzitet u Nišu, Aleksandra Medvedeva 14, 18000 Niš, Srbija (e-mail: dragana.vukic@elfak.ni.ac.rs), ORCID ID (<https://orcid.org/0000-0002-4516-9702>)

Dejan Jovanović – Elektronski fakultet, Univerzitet u Nišu, Aleksandra Medvedeva 14, 18000 Niš, Srbija (e-mail: dejan.jovanovic@elfak.ni.ac.rs), ORCID ID (<https://orcid.org/0000-0002-7159-7196>)

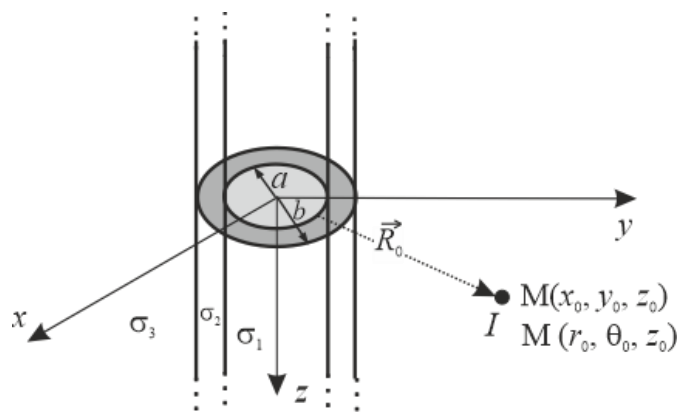
Nenad Cvetković – Elektronski fakultet, Univerzitet u Nišu, Aleksandra Medvedeva 14, 18000 Niš, Srbija (e-mail: nenad.cvetkovic@elfak.ni.ac.rs), ORCID ID (<https://orcid.org/0000-0003-2477-3289>)

blizini, uključujući i izvođenje odgovarajuće Grinove funkcije za tačkasti strujni izvor [1]. Koristeći teoriju likova, opisana procedura može se proširiti na određivanje uticaja vertikalnog, cilindričnog višeslojnog domena na karakteristike uzemljivačkog sistema, odnosno uzemljivača smeštenog u njegovoj okolini.

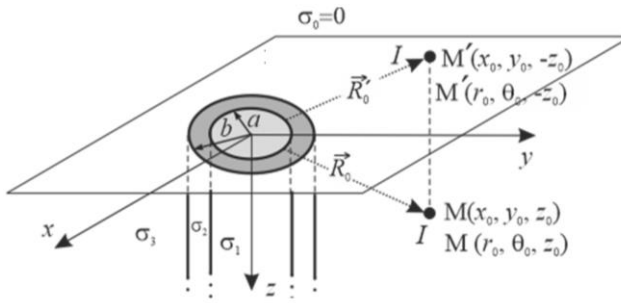
Izloženi su rezultati za slučaj horizontalnog uzemljivača u okolini homogene vertikalne cilindrične nehomogenosti tla, odnosno za vertikalnu štap elektrodu u okolini dvoslojne vertikalne cilindrične nehomogenosti. Najveći deo rezultata prezentovanih u ovom preglednom radu objavljen je u [8] i [9].



Sl. 1. Zrakasta uzemljivačka elektroda u okolini vertikalne dvoslojne cilindrične nehomogenosti tla velike dužine.



Sl. 2. Tačkasti strujni izvor u okolini vertikalne dvoslojne cilindrične nehomogenosti tla velike dužine.



Sl. 3. Tačkasti strujni izvor i njegov lik.

II. METOD

A. Opis problema

Procedura će biti opisana na primeru karakterizacije zrakastog uzemljivača smeštenog u okolini nehomogenosti tla modelovane kao dvoslojni vertikalni cilindrični domen velike dužine, Sl. 1. Uzemljivačka elektroda napaja se preko izolovanog provodnika stacionarnom strujom I_g . Specifična provodnost zemljišta je σ_3 , dok su vrednosti specifičnih provodnosti odgovarajućih domena koji formiraju cilindričnu nehomogenost σ_1 i σ_2 , respektivno. Poluprečnici graničnih površina između domena su a i b . Opisana geometrija uključuje Dekartov (x, y, z) i cilindrični (r, θ, z) koordinatni sistem ($r = \sqrt{x^2 + y^2}$, $\theta = \arctan(y/x)$). Uzemljivačka elektroda formirana je od ukupno N_C povezanih provodnika i ukopana je na dubini h . Dužina provodnika i poluprečnik kružnog poprečnog preseka označeni su sa l_k i a_k , respektivno, pri čemu je, $a_k \ll l_k$, $k = 1, 2, \dots, N_C$. Ose provodnika i odgovarajući ortovi označeni su sa s'_k , $k = 1, 2, \dots, N_C$. Sa $I_k(s'_k)$, $k = 1, 2, \dots, N_C$, obeležene su raspodele longitudinalnih struja.

B. Grinova funkcija

Grinova funkcija za električni skalar potencijal tačkastog izvora stacionarne struje smeštenog unutar cilindričnog domena velike dužine kružnog poprečnog preseka, određena je u [1] kao rešenje Laplasove, odnosno Poasonove jednačine. Analogna procedura primenjena je u [2] za formiranje Grinove funkcije za tačkasti strujni izvor smešten izvan opisanog cilindričnog domena. Koristeći prethodno navedeni pristup u kombinaciji sa teoremom ogledanja, na način opisan u ovom radu, izvedena je Grinova funkcija za potencijal tačkastog strujnog izvora smeštenog izvan cilindrične nehomogenosti tla (u okolnoj sredini specifične provodnosti σ_3), Sl. 2. Pri tome je prepostavljeno da je $\sigma_1 = 0$.

Potencijal tačkastog strujnog izvora u blizini cilindričnog domena sa Sl. 2 može se odrediti kao rešenje Laplasove, odnosno Poasonove jednačine u cilindričnom koordinatnom sistemu,

$$\begin{aligned} \Delta\varphi_1 &= 0, \quad 0 < r \leq a, \\ \Delta\varphi_2 &= 0, \quad a < r \leq b, \\ \Delta\varphi_3 &= -\frac{I}{r\sigma_3} \delta(r-r_0)\delta(\theta-\theta_0)\delta(z-z_0), \quad b < r \leq \infty, \end{aligned} \quad (1)$$

gde su sa $\delta(r-r_0)$, $\delta(\theta-\theta_0)$ i $\delta(z-z_0)$ označene jednodimenzionalne Dirakove δ -funkcije. Opšta rešenja za raspodelu potencijala u domenima specifične provodnosti σ_1 (φ_1), σ_2 (φ_2) i σ_3 (φ_3) su

$$\begin{aligned} \varphi_1 &= \frac{I}{2\pi^2\sigma_3} \sum_{m=0}^{\infty} \left\{ \xi_m \cos[m(\theta-\theta_0)] \times \right. \\ &\times \left. \int_0^{\infty} A_m(\lambda) I_m(\lambda r) I_m(\lambda r_0) \cos[\lambda(z-z_0)] d\lambda \right\}, \quad (2) \\ \xi_0 &= 1, \xi_m = 2, \quad m = 1, 2, \dots \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \varphi_2 &= \frac{I}{2\pi^2\sigma_3} \sum_{m=0}^{\infty} \left\{ \xi_m \cos[m(\theta-\theta_0)] \times \right. \\ &\times \left[\int_0^{\infty} I_m(\lambda r_0) B_m(\lambda) K_m(\lambda r) \cos[\lambda(z-z_0)] d\lambda + \right. \\ &\left. \left. + \int_0^{\infty} I_m(\lambda r_0) C_m(\lambda) I_m(\lambda r) \cos[\lambda(z-z_0)] d\lambda \right] \right\}, \quad (3) \\ \xi_0 &= 1, \xi_m = 2, \quad m = 1, 2, \dots \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \varphi_3 &= \frac{I}{2\pi^2\sigma_3} \sum_{m=0}^{\infty} \left\{ \xi_m \cos[m(\theta-\theta_0)] \times \right. \\ &\times \left[\int_0^{\infty} D_m(\lambda) I_m(\lambda r_0) K_m(\lambda r) \cos[\lambda(z-z_0)] d\lambda + \right. \\ &\left. \left. + \int_0^{\infty} I_m(\lambda r) K_m(\lambda r_0) \cos[\lambda(z-z_0)] d\lambda \right] \right\}, \quad (4) \\ \xi_0 &= 1, \xi_m = 2, \quad m = 1, 2, \dots \end{aligned}$$

U izrazima (2)-(4), sa I_m i K_m označene su modifikovane Beselove funkcije prve i druge vrste, respektivno. Koeficijenti $A_m(\lambda)$, $B_m(\lambda)$, $C_m(\lambda)$ i $D_m(\lambda)$, $m = 0, 1, 2, \dots$, u formulama (2)-(4) određuju se kao rešenje sistema linearnih jednačina formiranog na bazi graničnih uslova za električni potencijal, odnosno normalnu (radijalnu) komponentu stacionarne struje na graničnim površinama definisanim sa $r=a$ i $r=b$,

$$\varphi_1(r=a) = \varphi_2(r=a), \quad (5)$$

$$\sigma_1 \frac{\partial \varphi_1}{\partial r}(r=a) = \sigma_2 \frac{\partial \varphi_2}{\partial r}(r=a), \quad (6)$$

$$\varphi_2(r=b) = \varphi_3(r=b) \quad \text{i} \quad (7)$$

$$\sigma_2 \frac{\partial \varphi_2}{\partial r}(r=b) = \sigma_3 \frac{\partial \varphi_3}{\partial r}(r=b) \quad (8)$$

Kao što je ranije rečeno, postupak za određivanje Grinove funkcije za električni skalar potencijal tačkastog strujnog izvora sa Sl. 3 uključuje i primenu kvazistacionarne teorije likova. Odgovarajući koeficijent refleksije za razdvojnu površinu sredina 3/vazduh (indeks "0") određuje se kao [11],

$$R_{30} = \left(\frac{n_{30}^2 - 1}{n_{30}^2 + 1} \right), \quad (9)$$

gde je $n_{30} = \frac{\gamma_3}{\gamma_0}$, odgovarajući indeks prelamanja, definisan kao količnik konstanti prostiranja

$$\underline{\gamma}_0 = (j\mu_0 \underline{\sigma}_0)^{1/2} \text{ i } \underline{\gamma}_3 = (j\mu_0 \underline{\sigma}_3)^{1/2}. \quad (10)$$

U prethodnom izrazu, sa

$$\underline{\sigma}_0 = \sigma_0 + j\omega \epsilon_0 \text{ i } \underline{\sigma}_3 = \sigma_3 + j\omega \epsilon_3, \quad (11)$$

označene su kompleksne specifične provodnosti vazduha (specifična provodnost σ_0 , dielektrična konstanta ϵ_0), odnosno sredine 3 (specifična provodnost σ_3 , dielektrična konstanta ϵ_3). Pretpostavljeno je da magnetna propustljivost obe sredine odgovara magnetnoj propustljivosti vakuma μ_0 .

Kako je specifična provodnost vazduha $\sigma_0 \approx 0$, i kako se u kvazistacionarnom režimu može iskoristiti aproksimacija da je $\underline{\sigma}_0 \approx \sigma_0$ i $\underline{\sigma}_3 \approx \sigma_3$ za koeficijent refleksije R_{30} dobija se [12],

$$R_{30} = (\sigma_3 - \sigma_0) / (\sigma_3 + \sigma_0) \approx 1. \quad (12)$$

Struja koja odgovara liku tačkastog izvora sa Sl. 3 je $R_{30}I = I$. Položaji tačkastog izvora, odnosno njegovog lika (tačke M i M') definisani su vektorima

$$\vec{R}_0 = x_0 \hat{x} + y_0 \hat{y} + z_0 \hat{z} = r_0 \hat{r} + z_0 \hat{z} \text{ i} \quad (13)$$

$$\vec{R}'_0 = x_0 \hat{x} + y_0 \hat{y} - z_0 \hat{z} = r_0 \hat{r} - z_0 \hat{z}, \quad (14)$$

Vektor položaja tačke u kojoj se određuje vrednost potencijala je

$$\vec{R} = x \hat{x} + y \hat{y} + z \hat{z} = r \hat{r} + z \hat{z} \quad (15)$$

Primenom procedure zasnovane na pristupu iz [1] i [6], koja uključuje granične uslove (5)-(8), kao i odgovarajuće identitete i adicione teoreme za Beselove funkcije, izrazi za potencijal tačkastog strujnog izvora sa Sl. 3 u domenima specifičnih provodnosti σ_1 (φ_1), σ_2 (φ_2) i σ_3 (φ_3), dobijaju oblik

$$\varphi_1 = \frac{I}{\pi^2 \sigma_3} \sum_{m=0}^{\infty} \left\{ \xi_m \cos[m(\theta - \theta_0)] \times \right. \\ \left. \times \int_0^{\infty} A_m(\lambda) I_m(\lambda r) I_m(\lambda r_0) \cos(\lambda z) \cos(\lambda z_0) d\lambda \right\}, \quad (16)$$

$$\xi_0 = 1, \xi_m = 2, m = 1, 2, \dots$$

$$\varphi_2 = \frac{I}{\pi^2 \sigma_3} \sum_{m=0}^{\infty} \left\{ \xi_m \cos[m(\theta - \theta_0)] \times \right. \\ \left. \times \left[\int_0^{\infty} I_m(\lambda r_0) B_m(\lambda) K_m(\lambda r) \cos(\lambda z) \cos(\lambda z_0) d\lambda + \right. \right. \\ \left. \left. + \int_0^{\infty} I_m(\lambda r_0) C_m(\lambda) I_m(\lambda r) \cos(\lambda z) \cos(\lambda z_0) d\lambda \right] \right\}, \quad (17)$$

$$\xi_0 = 1, \xi_m = 2, m = 1, 2, \dots$$

$$\varphi_3 = \frac{I}{4\pi \sigma_3} \left(\frac{1}{|\vec{R} - \vec{R}_0|} + \frac{1}{|\vec{R} - \vec{R}'_0|} \right) + \\ + \frac{I}{\pi^2 \sigma_3} \sum_{m=0}^{\infty} \left\{ \xi_m \cos[m(\theta - \theta_0)] \times \right. \quad (18)$$

$$\left. \times \int_0^{\infty} D_m(\lambda) I_m(\lambda r_0) K_m(\lambda r) \cos(\lambda z) \cos(\lambda z_0) d\lambda \right\},$$

$$\xi_0 = 1, \xi_m = 2, m = 1, 2, \dots$$

Grinove funkcije tačkastog izvora određuju se kao

$$G_{1/2/3}(\vec{R}, \vec{R}_0) = \varphi_{1/2/3} / I, \quad (19)$$

Gde indeksi 1, 2, 3 odgovaraju raspodelama potencijala, odnosno Grinovim funkcijama u domenima specifičnih provodnosti σ_1 , σ_2 i σ_3 respektivno.

Grinova funkcija za potencijal u domenu specifične provodnosti σ_3 definisanom sa $r > b$ i za $\sigma_1 = 0$ (što je od interesa za diskusiju koja sledi) je

$$G_3(\vec{R}, \vec{R}_0) = \frac{\varphi_3}{I} = \frac{1}{4\pi \sigma_3} \left(\frac{1}{|\vec{R} - \vec{R}_0|} + \frac{1}{|\vec{R} - \vec{R}'_0|} \right) + \\ + \frac{I}{\pi^2 \sigma_3} \sum_{m=0}^{\infty} \left\{ \xi_m \cos[m(\theta - \theta_0)] \times \right. \quad (20a)$$

$$\left. \times \int_0^{\infty} D_m(\lambda) I_m(\lambda r_0) K_m(\lambda r) \cos(\lambda z) \cos(\lambda z_0) d\lambda \right\},$$

$$\xi_0 = 1, \xi_m = 2, m = 1, 2, \dots$$

gde je

$$D_m(\lambda) = \frac{\sigma_2 I_m(\lambda b) K_m(\lambda r_0) - I'_m(\lambda b) K_m(\lambda r_0) F}{I_m(\lambda r_0) \left[K'_m(\lambda b) F - \frac{\sigma_2}{\sigma_3} K_m(\lambda b) \right]}, \quad (20b)$$

C. Određivanje potencijala i otpornosti uzemljivača

Raspodela potencijala u proizvoljnoj tački smeštenoj u okolini uzemljivačke elektrode sa Sl. 1 može se izraziti pomoću formule

$$\varphi_{1/2/3}(\vec{R}) = \sum_{k=1}^{N_C} \int_{l_k} G_{1/2/3}(\vec{R}, \vec{s}'_k) I_{\text{leak},k}(s'_k) ds'_k \quad (21)$$

gde, kao i u ranijem izlaganju, indeksi 1/2/3 odgovaraju sredinama specifičnih provodnosti $\sigma_1/\sigma_2/\sigma_3$. U izrazu (21), sa \vec{s}'_k je označen je položaj elementa ds'_k k -tog provodnika, $k=1, \dots, N_C$. Ukupna struja oticanja sa elementa ds'_k , $k=1, \dots, N_C$ je $dI = I_{\text{ot},k}(s'_k) ds'_k$, gde je

$$I_{\text{ot},k}(s'_k) = -\partial I_k(s'_k)/\partial s'_k = -I'_k(s'_k), k=1, \dots, N_C, \quad (22)$$

podužna gustina struje oticanja. Za kvazistacionarnu analizu, opravdano je pretpostaviti da je pomenuta funkcija konstantne vrednosti za svaki provodnik ponaosob, tj.

$$I_{\text{ot},k} = I_{kt}/l_k, k=1, \dots, N_C, \quad (23)$$

gde oznake I_{kt} , $k=1, \dots, N_C$ odgovaraju longitudinalnim strujama u tačkama napajanja k -tog provodnika.

Opisani pristup kombinuje se sa Metodom Momenata. Primena pretpostavke da je površina elektrode približno ekvipotencijalna, omogućava podešavanje vrednosti potencijala $\varphi=U$ u tački smeštenoj na sredini k -tog provodnika (na njegovoj površini). Položaj ove tačke definisan je vektorom \vec{R}_n , $n=1, \dots, N_C$. Ova procedura za rezultat ima sistem linearnih jednačina

$$\varphi(\vec{R} = \vec{R}_n) \cong U = \sum_{k=1}^{N_C} \frac{I_{kt}}{l_k} \int_{\Delta_{kj}} G_3(\vec{R}_n, \vec{s}'_k) ds'_k, n=1, \dots, N_C. \quad (24)$$

Dakle, dimenzija sistema linearnih jednačina odgovara broju provodnika koji formiraju uzemljivački sistem. Rešenje sistema linearnih jednačina (24) su ukupne struje oticanja sa provodnika I_{kt} , $k=1, \dots, N_C$. Sada je otpornost uzemljivačke elektrode

$$R_g = U/I_g = U / \sum_{k=1}^{N_C} I_{kt}. \quad (25)$$

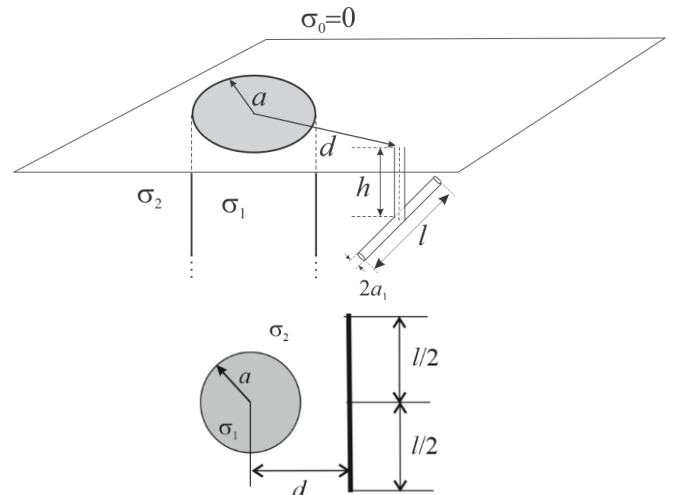
III. NUMERIČKI REZULTATI

A. Horizontalna lineična elektroda u okolini vertikalne cilindrične nehomogenosti tla

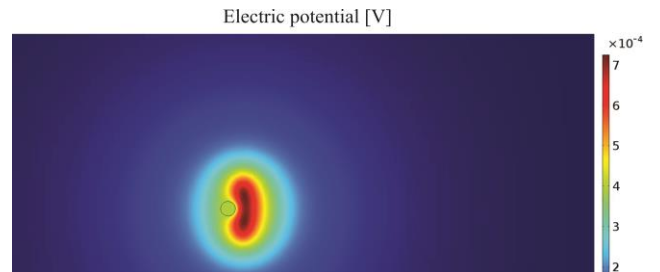
Opisana procedura primenjena je na horizontalnu elektrodu čije dimenzije odgovaraju provodnicima koji se koriste u praksi [13]. Na Sl. 4 prikazan je, pored ilustracije položaja uzemljivačke elektrode, i izgled sistema u ravni tla. Dužina elektrode je $l=4$ m, dok je poluprečnik njenog poprečnog

preseka $a_1=5$ mm. Smeštena je na dubini $h=0.8$ m, paralelno površini tla, na rastojanju $d=1$ m od ose cilindrične nehomogenosti. Pri tome je poluprečnik cilindrične nehomogenosti tla $a=0.5$ m, dok je okolno tlo specifične provodnosti $\sigma_2=0.01$ S/m. Pri tome su neophodne Grinove funkcije formirane postupkom opisanim u Odeljku II (izrazi (2)-(4)) uz primenu odgovarajućih graničnih uslova i za $\sigma_2=\sigma_3$, dok je $\sigma_1 \neq 0$ [8].

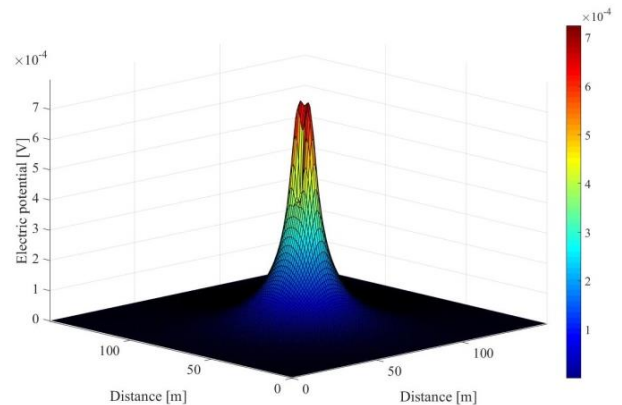
Raspodela potencijala na površini tla prikazana je na Sl. 5 (2D prikaz), odnosno Sl. 6 (3D), pri čemu je struja napajanje $I_g=1$ A. Raspodela potencijala u okolini uzemljivačke elektrode za iste vrednosti parametara može se videti na Sl. 7. Na pomenutoj ilustraciji mogu se uočiti koordinatne ravni.



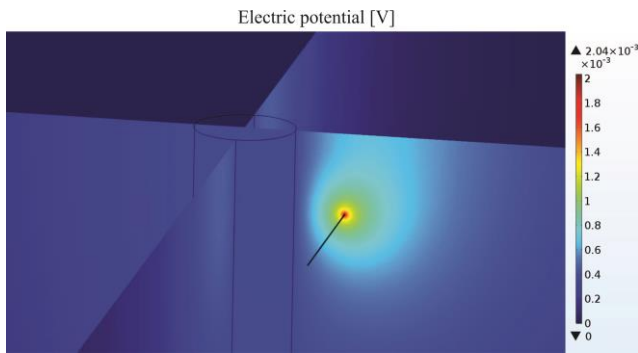
Sl. 4. Usamljena horizontalna lineična elektroda u okolini cilindrične nehomogenosti tla i izgled sistema u ravni tla.



Sl. 5. Raspodela potencijala na površini tla za sistem sa Sl. 4 (2D prikaz).



Sl. 6. Raspodela potencijala na površini tla za sistem sa Sl. 5(3D prikaz).



Sl. 7. Raspodela potencijala u okolini elektrode sa Sl. 4.

TABELA I

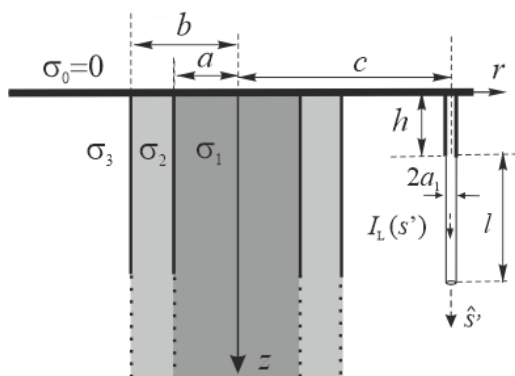
OTPORNOST UZEMLJIVAČKE ELEKTRODE SA SL. 4. U FUNKCiji ODNOSA σ_2/σ_1

σ_2/σ_1	$R_g[\Omega]$	$R_g[\Omega]$ (COMSOL)
0.001	25.929	25.302
0.01	26.132	25.453
0.1	26.954	26.199
1	27.827	27.020
10	28.247	27.515

Otpornost elektrode sa Sl. 4 u funkciji odnosa σ_2/σ_1 može se videti u Tabeli I. U istoj tabeli prikazane su i vrednosti dobijene primenom programskog paketa COMSOL.

B. Vertikalna uzemljivačka elektroda u blizini vertikalne dvoslojne cilindrične nehomogenosti tla

Procedura opisana u prvom delu rada primenjena je za određivanje otpornosti usamljene vertikalne uzemljivačke elektrode, Sl. 8. Dužina elektrode je $l=1$ m, dok je poluprečnik poprečnog preseka žice od koje je načinjena $a_1=0.035$ m. Ostali geometrijski parametri koji se mogu uočiti sa Sl. 8 su $h=0.5$ m, $a=0.5$ m i $b=0.6$ m. Specifična provodnost okolnog tla je $\sigma_3=0.01$ S/m, dok je $\sigma_1=0$.



Sl. 8. Vertikalna uzemljivačka elektroda u okolini dvoslojne cilindrične nehomogenosti tla.

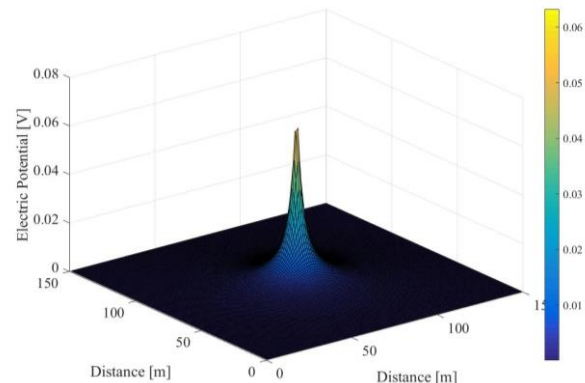
Procedura uključuje Grinovu funkciju definisanu izrazom (20), kao i vrednost $N_c=1$ u jednačinama (21)-(24). Odabrane vrednosti parametara odgovaraju bunaru koji ima betonski cilindrični zid [14]. Dobijene vrednosti otpornosti elektrode za različite vrednosti parametra σ_2 i geometrijskog parametra c

(sa Sl. 8) date su u Tabeli II. U istoj tabeli mogu se videti i vrednosti dobijene primenom programskog paketa COMSOL. Raspodela potencijala na površini tla za pomenute vrednosti parametara, kao i za $c=1$ m i $\sigma_2=0.0001$ S/m prikazana je na Sl. 9.

TABELA II

OTPORNOST UZEMLJIVAČKE ELEKTRODE SA SL. 8. ZA RAZLIČITE VREDNOSTI PARAMETARA σ_2 I c

c [m]	σ_2 [S/m]	$R_g[\Omega]$	$R_g[\Omega]$ (COMSOL)
1	5×10^{-4}	53.9655	51.9137
	2.5×10^{-4}	54.0017	51.9500
	1.25×10^{-4}	54.0189	51.9682
	1×10^{-4}	54.2386	51.9719
2	5×10^{-4}	51.3271	49.2782
	2.5×10^{-4}	51.3311	49.2820
	1.2×10^{-4}	51.3319	49.2839
	1×10^{-4}	51.3334	49.2843
3	5×10^{-4}	51.0182	48.6471
	2.5×10^{-4}	51.0194	48.64830
	1.25×10^{-4}	51.0200	48.64891
	1×10^{-4}	51.0201	48.64901
4	5×10^{-4}	50.3061	48.25424
	2.5×10^{-4}	50.3076	48.25474
	1.25×10^{-4}	50.3078	48.25506
	1×10^{-4}	50.3080	48.25516



Sl. 9. Raspodela potencijala na površini tla za sistem sa Sl. 8.

IV. ZAKLJUČAK

U radu je opisana procedura zasnovana na simultanoj primeni Grinovih funkcija i Metode Momenata koja se može iskoristiti za analizu uticaja višeslojne vertikalne cilindrične nehomogenosti tla velike dužine na karakteristike uzemljivačkog sistema u njenoj okolini. U praksi postoje nehomogenosti tla koje je moguće modelovati na ovakav način (cevi, bunari i sl.). Primena metoda ilustrovana je na primeru horizontalne uzemljivačke elektrode smeštene u okolini homogenog cilindričnog domena, kao i na slučaju vertikalne uzemljivačke elektrode smeštene u okolini

vertikalne cilindrične nehomogenosti tla modelovane kao dvoslojni domen. Opisani pristup može se proširiti na višeslojne vertikalne cilindrične nehomogenosti tla, kao i na polucilindrične horizontalne nehomogenosti tla.

ZAHVALNICA

Ovaj rad je podržan od strane Ministarstva nauke, tehnološkog razvoja i inovacija Republike Srbije (Evidencioni broj ugovora 451-03-65/2024-03/200102).

LITERATURA

- [1] J. Ma and F. P. Dawalibi, "Analysis of grounding systems in soils with cylindrical soil volumes," *IEEE Trans. Power Del.*, vol. 15, pp. 913-918, 2000. DOI: 10.1109/61.871352.
- [2] D. D. Vuckovic, N. N. Cvetkovic, D. Krstic, and M. Stojanovic, "Modeling of the road influence on the grounding system in its vicinity," in CD Proceedings of 15th International IGTE Symposium, Graz, Austria, September 16-19, 2012, pp. 294-299.
- [3] N. N. Cvetkovic, D. D. Vuckovic, M. S. Stojanovic, D. Krstić and D. Tasic, "The grounding system of the pillar on the road," in CD Proceeding of 11th International Conference on Telecommunications in Modern Satellite, Cable and Broadcasting Services - TELSIS 2013, Nis, Serbia, October 16-19, 2013, pp. 45-48, 2013. DOI: 10.1109/TELSIS.2013.6704891.
- [4] N. Cvetković, D. Vučković, M. Stojanović, D. Krstić and D. Tasić, "Application of a model of the road influence on the lighting pillars' grounding system," in CD-Proceedings of the 11th International Conference on Applied Electromagnetics, PES 2013, September 01-04, 2013, Niš, Serbia, Session P1-13.
- [5] N. Cvetković, D. Vučković, M. Stojanović and A.Ristić, "Three-wire star-shaped grounding electrode in the vicinity of the semi-cylindrically shaped ground inhomogeneity," in Proceedings of papers of the XLIX International Scientific Conference on Information, Communication and Energy Systems and Technologies - Icest 2014, June 25 - 27, 2014, Niš, Serbia, vol. 2, pp. 360-363.
- [6] D. Vuckovic, N. Cvetkovic, M. Stojanovic, and I. Iatcheva, "Approximate model for ground inhomogeneity with rectangular cross-section: application to analysis of grounding systems," *Electr. Eng.*, vol. 100, pp. 75-82, 2018. DOI:10.1007/s00202-016-0483-1.
- [7] D. Jovanovic, D. Jovanovic and N. Cvetkovic, "Ring grounding electrode and coaxial vertical cylindrical ground non-homogeneity," in Proceedings of ICTF 2020-IEICE Information and Communication Technology Forum, Nis, Serbia, September 10-12, 2020, DOI:10.34385/proc.64.ICTF2020_paper_28.
- [8] D. Jovanovic, D. Jovanovic, D. Živaljević, N. Cvetkovic and Z. Hederic, "Wire grounding electrode near vertical cylindrical non-homogeneity," in Proceedings of 21st International Symposium on Electrical Apparatus & Technologies - SIELA, Bourgas, Bulgaria, 2020, pp. 1-4, DOI: 10.1109/SIELA49118.2020.9167136.
- [9] D. Jovanovic, N. Cvetkovic, D. Jovanovic, D. Vuckovic and Z. Hederic, "Wire grounding electrode placed near cylindrical multi-layered ground non-homogeneity", 22nd International Symposium on Electrical Apparatus and Technologies - SIELA, Bulgaria, 2022, pp. 1-4, DOI: 10.1109/SIELA54794.2022.9845720.
- [10] R. F. Harrington, *Field Computation by Moment Methods*, New York, USA: The Macmillan Company, 1969.
- [11] N. Cvetković, M. Stojanović, D. Jovanović, A. Ristić, D. Vučković and D. Krstić, "Green Function of the Point Source Inside/Outside Spherical Domain – Approximate Solution," in *Engineering Mathematics I: Electromagnetics, Fluid Mechanics, Material Physics and Financial Engineering, Series: Springer Proceedings in Mathematics & Statistics*, Chapter 1, vol. 178, Springer, Heidelberg, Germany, 2016. DOI: 10.1007/978-3-319-42082-0.
- [12] N. Cvetković, P. Rančić, "Influence of foundation on pillar grounding system's characteristics," *COMPEL*, vol. 2, pp. 471-492, 2009. DOI: 10.1108/03321640910929335.
- [13] *Izvodjenje uzemljenja stubova nadzemnih vodova preko 1kV*, TP-9 Zbirka tehničkih preporuka ED Srbije. Knj. 2, Tehnički savet EPS-a, Direkcija za distribuciju, 2001, ISBN - 86-7302-007-7.
- [14] D. Jovanovic, N. Cvetkovic, A. Ristic and V. Stankovic, "Different calculation methods and experimental validation for various ground electrode types," in USB Proceedings of 9th International Symposium on Advanced Topics in Electrical Engineering, Bucharest, Romania, 2015, pp. 337-342. DOI: 10.1109/ATEE.2015.7133827.

ABSTRACT

Designing and realization of the grounding system in such a way as to satisfy the projected characteristics often requires an analysis of the impact of soil inhomogeneity on the grounding characteristics. Sometimes it is possible to approximate the soil inhomogeneity as a vertical cylindrical domain. Such non-homogeneities are various pipes, wells or pillar foundations. In this review paper, which combines the previously presented results, the procedure for modeling soil inhomogeneity using a multi-layered cylindrical domain is described. The approach is based on the application of the Method of Moments and the corresponding Green's function for the cylindrical domain. The application of the described procedure is illustrated on the case of a horizontal electrode in the environment of cylindrical inhomogeneity, as well as on the problem of a vertical electrode near a well with a concrete cylindrical casing.

Modeling effect of cylindrical soil inhomogeneity on the grounding system in its surroundings

Dragana Vukic, Dejan Jovanovic, Nenad Cvetkovic