LXVIII Konferencija ETRAN, Niš, 3 - 6. Jun 2024.

Alternativni način računanja monostatičkog radarskog poprečnog preseka korišćenjem metode momenata

Nemanja Grbić
Elektrotehnički fakultet, Univerzitet u Beogradu
Vlatacom Institut
Beograd, Srbija
nemanja.grbic@vlatacom.com

Branko Kolundžija
Elektrotehnički fakultet, Univerzitet u Beogradu
WIPL-D d.o.o.
Beograd, Srbija
kol@etf.rs
branko.kolundzija@wipl-d.com

***Abstract*—U radu je predložena alternativna metoda za računanje monostatičkog radarskog poprečnog preseka, u slučaju kada se indukovane struje po površi rasejača određuju rešavanjem površinskih integralnih jednačina metodom momenata. Korišćenjem teoreme reciprociteta se pokazuje da se izrazi za računanje kopolarne komponente monostatičkog poprečnog preseka rasejača usled linearno polarisanog ravnog talasa mogu iskazati preko kolone slobodnih članova matrične jednačine metode momenata. U radu je dat primer rasejanja od aviona za veliki broj pobudnih pravaca, na kome se pokazuje da se na ovakav način ukupno vreme simulacije može smanjiti nekoliko puta.**

Ključne reči—monostatički radarski poprečni presek, metoda momenata, površinske integralne jednačine, teorema reciprociteta

I. Uvod

Puna talasna analiza rasejača u frekvencijskom domenu može se efikasno uraditi metodom momenata (Method of Moments – MoM) primenjenom na površinske integralne jednačine (Surface integral equations – SIEs) [1,2]. Na ovaj način, električne struje indukovane po površi rasejača se aproksimiraju sumom poznatih baznih funkcija pomnoženih nepoznatim koeficijentima, a linearne operatorske jednačine, SIE, se transformišu u određeni sistem linearnih jednačina. Kada se rešavanjem ovog sistema odrede nepoznati koeficijenti može se izračunati raspodela indukovanih struja, i na osnovu nje rasejano daleko polje u svim pravcima, uključujući i radarski poprečni presek rasejača. Po pravilu, glavno vreme ovakve simulacije odlazi na određivanje sistema linearnih jednačina i njegovo rešavanje.

U posebnom slučaju, kada se traži monostatički radarski poprečni presek rasejača za veliki broj pravaca, pokazuje se da u ukupnom vremenu simulacije upravo vreme računanja monostatičkog poprečnog preseka može da bude dominantno.

Na drugoj strani, često se umesto kompletnog radarskog poprečnog preseka traži samo njegova kopolarna komponenta usled linearno polarizovanog talasa.

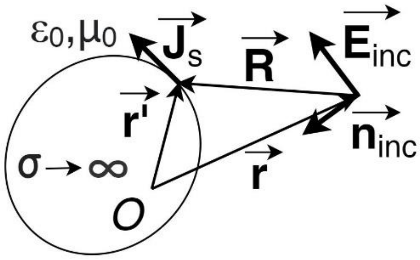
Cilj ovog rada je da predloži alternativnu metodu za računanje kopolarne komponente monostatičkog poprečnog preseka rasejanja usled linearno polarizovanog talasa, koja bi omogućila višestruku redukciju vremena simulacije u slučaju velikog broja pravaca.

II. Računanje monostatičkog radarskog poprečnog preseka korišćenjem metode momenata

Pretpostavimo da se u vakuumu nalazi objekat načinjen od savršeno provodnog materijala ($\sigma \to \infty$), koji se pobuđuje ravnim uniformnim elektromagnetskim talasom kružne učestanosti ω, kao na Sl. 1. Talas nailazi iz pravca određenog jediničnim vektorom $\mathbf{n}_{\mathrm{inc}}$. Vektor jačine električnog polja talasa u koordinatnom početku je $\mathbf{E}_0$. Vektor jačine električnog polja talasa $\mathbf{E}_{\mathrm{inc}}$, u proizvoljnoj tački objekta, $\mathbf{r}'$, se može napisati u obliku

$$\mathbf{E}_{\mathrm{inc}} = \mathbf{E}_0 \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta \mathbf{n}_{\mathrm{inc}} \cdot \mathbf{r}'} , \qquad (1)$$

gde je $\beta = \omega\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}$ fazni koeficijent, a ε_0 i μ_0 su permitivnost i permeabilnost vakuuma, respektivno.



Sl. 1 Skica savršeno provodnog rasejača pobuđenog ravnim talasom.

Kao rezultat dejstva talasa na površi tela se indukuju površinski raspodeljene struje vektora gustine $\mathbf{J}_{\mathrm{s}}$, koje stvaraju tzv. rasejano električno polje vektora jačine $\mathbf{E}_{\mathrm{scat}} = \mathbf{E}(\mathbf{J}_{\mathrm{s}})$, tako da je rezultantno polje unutar tela jednako nuli, tj. $\mathbf{E}_{\mathrm{inc}} + \mathbf{E}_{\mathrm{scat}} = 0$. Stoga se ovakvo telo i naziva rasejač.

Prema teoremi ekvivalencije, a sa stanovišta polja u okolini rasejača, isti se može ukloniti, pri čemu se zadržavaju površinske struje, a prostor rasejača ispuniti vakuumom [3]. Na taj način je izvršena homogenizacija domena u kome se nalaze indukovane struje, pa se rasejano polje usled njih može napisati u zatvorenom obliku [4]

$$\mathbf{E}_{\mathrm{scat}} = \mathbf{E}(\mathbf{J}_{\mathrm{s}}) = -ZL(\mathbf{J}_{\mathrm{s}}) , \qquad (2a)$$

$$L(\mathbf{J}_{\mathrm{s}}) = -\mathrm{j}\beta \int_S \left[\mathbf{J}_{\mathrm{s}}(\mathbf{r}') g(R) + \frac{1}{\beta^2} \nabla'_{\mathrm{s}} \cdot \mathbf{J}_{\mathrm{s}}(\mathbf{r}') \nabla g(R) \right] dS , \qquad (2b)$$

$$g(R) = \frac{\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta R}}{4\pi R} . \qquad (2c)$$

Jedan način da se odrede indukovane struje $\mathbf{J}_{\mathrm{s}}$ jeste rešavanje integralne jednačine električnog polja korišćenjem metode momenata. Integralna jednačina električnog polja se dobija iz graničnog uslova da je tangencijalna komponenta električnog polja na površi savršeno provodnog tela jednaka nuli, tj.

$$[\mathbf{E}(\mathbf{J}_{\mathrm{s}}) + \mathbf{E}_{\mathrm{inc}}]_{\mathrm{tang}} = 0 , \qquad (3)$$

kada se $\mathbf{E}(\mathbf{J}_{\mathrm{s}})$ izrazi preko jednačina (2). Prvi korak u primeni metode momenata je da se nepoznata indukovana struja $\mathbf{J}_{\mathrm{s}}$ u jednačini (3) izrazi približno preko sume N poznatih funkcija

ISBN 978-86-6200-002-6©2024 AM& ETRAN

https://doi.org/10.69994/68E24012

bazisa, $\mathbf{J}_{si}$, $i = 1,..,N$, pomnoženih nepoznatim koeficijentima, a_i, $i = 1,..,N$, u obliku

$$\mathbf{J}_s \approx \sum_{i=1}^{N} a_i \mathbf{J}_{si} \,. \tag{4}$$

Iste funkcije bazisa se koriste i kao test funkcije, pa se radi o tzv. Galerkinovoj test proceduri, kojom se za svaku test funkciju određuje unutrašnji proizvod jednačine (3). Tako se dobija određeni sistem linearnih jednačina oblika

$$\sum_{i=1}^{N} z_{ji} a_i = v_j \,, \quad j = 1, \dots, N \tag{5a}$$

$$z_{ji} = \langle \mathbf{J}_{sj}, L(\mathbf{J}_{si}) \rangle = \int_S \mathbf{J}_{sj} \cdot L(\mathbf{J}_{si}) dS \,, \tag{5b}$$

$$v_j = \langle \mathbf{J}_{sj}, \mathbf{E}_{\text{inc}} \rangle = \int_S \mathbf{J}_{sj} \cdot \mathbf{E}_{\text{inc}} dS \,, \tag{5c}$$

Ovaj sistem se može predstaviti i u matričnom obliku kao

$$\mathbf{ZA} = \mathbf{V} \,, \tag{6a}$$

$$\mathbf{Z} = [z_{ji}]_{N \times N} \,, \qquad \mathbf{A} = [a_i]_{N \times 1} \,, \qquad \mathbf{V} = [v_j]_{N \times 1} \tag{6b,c,d}$$

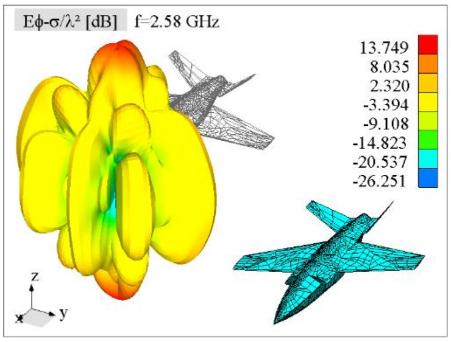
Monostatički poprečni radarski presek se po pravilu određuje za veliki broj pravaca incidentnog talasa, bilo u jednoj ravni, bilo u celom prostoru. To znači da matričnu jednačinu (6) treba rešiti za veliki broj kolona slobodnih članova **V**. Za takvo rešavanje matrične jednačine pogodno je koristiti metodu LU dekompozicije. Kod ove metode se u prvom koraku vrši dekompozicija matrice **Z** na donju i gornju trougaonu matricu, **L** i **U**, tako da je **Z** = **LU**, da bi se u drugom koraku kolona nepoznatih koeficijenata dobila na osnovu jednačine

$$\mathbf{A} = \mathbf{U}^{-1}(\mathbf{L}^{-1}\mathbf{V}) \,. \tag{7}$$

Računarsko vreme potrebno za LU dekompoziciju iznosi približno $T_1 = BN^3/3$, gde je B vreme potrebno za izvršenje jedne osnovne operacije (jedno množenje i jedno sabiranje). Na drugoj strani, računarsko vreme za određivanje kolone nepoznatih članova na osnovu jednačine (7), koje se efikasno vrši supstitucijama napred i nazad, iznosi približno $T_2 = MBN^2$ za M pravaca pobude. Ako je broj pobudnih pravaca $M = N/3$, onda je računarsko vreme potrebno za supstitucije napred i nazad jednako onom koje je potrebno za LU dekompoziciju. Međutim, broj pravaca od interesa može biti i daleko veći od $N/3$.

Za ovakve simulacije od značaja su i vremena računanja elemenata matrice **Z,** T_3, kolone slobodnih članova **V** za M pravaca nailaska talasa, T_4, kao i vreme računanja odgovarajućeg monostatičkog poprečnog preseka rasejača, T_5. Ova vremena u velikoj meri zavise od algoritama koji se primenjuju za računanje, kao i načina njihove realizacije, npr. da li su paralelizovani ili nisu. U ovom radu koristićemo komercijalni softverski paket WIPL-D [2], analizirati vremena simulacije koja se dobijaju ovim paketom na standardnom laptop računaru i razmatrati načine za efikasniju analizu.

Posmatrajmo jedan tipičan primer, rasejanje od skaliranog modela aviona preuzetog iz baze modela Univerziteta u Ostinu, Teksas [5]. Izgled modela i njegova segmentacija na bilinearne površi je prikazana na Sl. 2, u donjem desnom uglu. Broj nepoznatih koje treba odrediti simulacijom je $N = 6438$. Pobuđivanje se vrši φ-polarizovanim talasom mrežom pravaca, gde je broj pravaca po φ-koordinati $M_\varphi = 87$, a po θ-koordinati $M_\theta = 74$, što čini da je ukupan broj pravaca jednak broju nepoznatih, tj. $M = N$. Rezultati za φ-polarizaciju su takođe prikazani na Sl. 2.



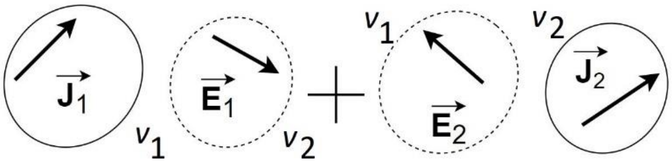
Sl. 2 φ-komponenta monostatičkog radarskog poprečnog preseka modela aviona datog u insertu (donji desni ugao)

Vremena simulacija pojedinih faza u primeni metode momenata su u sekundama: $T_1 = 1.401$, $T_2 = 3.241$, $T_3 = 8.58$, $T_4 = 14.794$ i $T_5 = 21.793$. Ukupno vreme simulacije je $T = 49.809$ sekundi.

Jedan od načina da se smanje vremena računanja veličina koja zavise od broja pravaca pobude M, T_2, T_4 i T_5, jeste da se te veličine izračunaju za proređenu mrežu pravaca, a da se za ostale pravce dobiju interpolacijom. Pokazuje se da se ova tehnika može efektivno primeniti samo za računanje kolona slobodnih članova **V**, pri čemu se odgovarajuće vreme računanja T_4 može redukovati za jedan red veličine. U tom slučaju ostaje da se glavno vreme simulacije troši na računanje monostatičkog poprečnog preseka rasejača, tj. da u ovom primeru vreme T_5 čini dve trećine vremena T. Ovo vreme se u slučaju linearne polarizacije i računanja kopolarnog monostatičkog radarskog poprečnog preseka praktično može eliminisati korišćenjem alternativnog izraza za računanje ove veličine, kao što će biti pokazano u narednom poglavlju.

III. Alternativni izraz za računanje monostatičkog radarskog poprečnog preseka

Posmatrajmo slučaj kada se izvori prostoperiodičnog polja, vektori gustine zapreminski raspodeljene struje $\mathbf{J}_1$ i $\mathbf{J}_2$, nalaze unutar domena v_1 i v_2, i stvaraju vektore jačine električnog polja, $\mathbf{E}_1$ i $\mathbf{E}_2$, respektivno, kao na Sl. 3.



Sl. 3 Skica uz opšti oblik teoreme reciprociteta.

Opšti oblik teoreme reciprociteta za ovakav slučaj može se napisati u obliku

$$\int_{V1} \mathbf{J}_1 \cdot \mathbf{E}_2 \, dv = \int_{V2} \mathbf{J}_2 \cdot \mathbf{E}_1 \, dv \,. \tag{8}$$

Primenimo sada ovu teoremu na poseban slučaj, kada se unutar domena v_1 nalazi savršeno provodni rasejač sa slike 1, a unutar domena v_2 Hercov dipol momenta $\mathbf{m} = I\mathbf{l}$, gde je I struja dipola, l njegova dužina, a $\mathbf{l}$ njegova vektorska dužina. Tada se u gornjem izrazu $\mathbf{J}_1$ i $\mathbf{J}_2$ zamenjuju sa $\mathbf{J}_s$ i I, a $\mathbf{E}_1$ i $\mathbf{E}_2$ sa $\mathbf{E}_{\text{scat}}$ i $\mathbf{E}_m$, respektivno. Sem toga, umesto po zapremini, integracije na levoj i desnoj strani jednačine (8) se vrše po površi rasejača i dužini dipola, respektivno, tako da se jednačina (8) piše u obliku

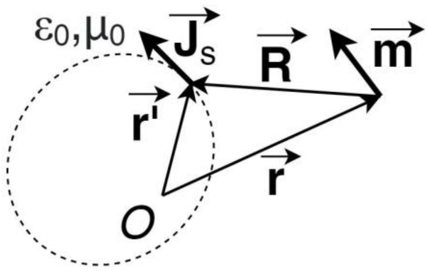
$$\oint_S (\mathbf{J}_s \cdot \mathbf{E}_\mathbf{m}) dS = \mathbf{m} \cdot \mathbf{E}_{scat} \,. \tag{9}$$

Pretpostavimo da se rasejač nalazi relativno daleko u odnosu na dipol, tj. u dalekom polju dipola, kao na Sl. 4. U tom slučaju se polje $\mathbf{E}_\mathrm{m}$ u jednačini (9) može napisati u obliku

$$\mathbf{E}_\mathbf{m} = \frac{j\omega\mu_0}{4\pi} \frac{e^{-j\beta R}}{R} \mathbf{i}_R \times (\mathbf{i}_R \times \mathbf{m}), \tag{10a}$$

$$\mathbf{R} = \mathbf{r}' - \mathbf{r}\,, \qquad R = |\mathbf{R}|\,, \qquad \mathbf{i}_R = \mathbf{R}/R \tag{10b, c, d}$$

gde je $\mathbf{r}$ radijalni vektor pozicije dipola. Kako je $|\mathbf{r}'| \ll R, |\mathbf{r}|$ i imajući u vidu jednačinu (10b) mogu se napisati sledeće relacije



Sl. 4 Pobuda rasejača Hercovim dipolom momenta **m**.

$$\mathbf{i}_R = -\mathbf{i}_r\,, \qquad \frac{1}{R} \approx \frac{1}{r}\,, \qquad \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta R} = \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta r} \mathrm{e}^{\mathrm{j}\beta \mathbf{r}' \cdot \mathbf{i}_r}\,, \tag{11 a, b, c}$$

gde je $r = |\mathbf{r}|$ radijalna koordinata, a $\mathbf{i}_r = \mathbf{r}/r$ radijalni ort sfernog koordinatnog sistema. Posebno, ako je momenat dipola $\mathbf{m}$ ortogonalan na radijalni vektor pozicije dipola $\mathbf{r}$, za dvostruki vektorski proizvod u jednačini (10a) se dobija

$$\mathbf{i}_R \times (\mathbf{i}_R \times \mathbf{m}) = -\mathbf{m}. \tag{12}$$

Tako se polje $\mathbf{E}_\mathrm{m}$ dato jednačinom (10a) može finalno napisati u obliku

$$\mathbf{E}_\mathbf{m} = -\frac{j\omega\mu_0}{4\pi} \frac{e^{-j\beta \mathrm{r}}}{r} \mathrm{e}^{j\beta \mathbf{r}' \cdot \mathbf{i}_\mathrm{r}} \mathbf{m}\,, \tag{13}$$

Smenom ovog izraza u jednačinu (9) dobija se izraz u obliku

$$-\frac{j\omega\mu_0}{4\pi} \oint_S (\mathbf{J}_s \cdot \mathbf{m} \mathrm{e}^{j\beta \mathbf{r}' \cdot \mathbf{i}_\mathrm{r}}) dS = \mathbf{m} \cdot \mathbf{e}_\mathrm{scat}\,, \tag{14a}$$

$$\mathbf{e}_\mathrm{scat} = r \mathbf{E}_{scat} e^{j\beta \mathrm{r}}\,, \tag{14b}$$

gde $\mathbf{e}_\mathrm{scat}$ predstavlja normalizovano rasejano polje. Smenom $\mathbf{m} = \mathbf{E}_0$ u jednačinu (14a) i imajući u vidu jednačinu (1), dobija se alternativni izraz za računanje kopolarne komponente normalizovanog rasejanog polja u obliku

$$\mathbf{e}_{co} = -\frac{j\omega\mu_0}{4\pi} \oint_S (\mathbf{J}_s \cdot \mathbf{E}_\mathrm{inc}) dS \frac{\mathbf{E}_0}{E_0{}^2}\,. \tag{15}$$

Na osnovu kopolarne komponente normalizovanog rasejanog polja računa se kopolarna komponenta monostatičkog poprečnog radarskog preseka kao

$$\boldsymbol{\sigma}_{co} = 4\pi \frac{|\mathbf{e}_{co}|^2}{|\mathbf{E}_0|^2}\,. \tag{16}$$

Na prvi pogled, najzahtevniji zadatak u računanju izraza (15) i (16) je površinska integracija u izrazu (15). Međutim, kada se vektor gustine indukovanih struja $\mathbf{J}_\mathrm{s}$ u ovom integralu predstavi preko funkcija bazisa prema jednačini (4) i imajući u vidu jednačinu (5c), ovaj integral se dobija u vidu jednostavne sume proizvoda nepoznatih koeficijenata i elemenata kolone slobodnih članova, u obliku

$$\oint_S (\mathbf{J}_s \cdot \mathbf{E}_\mathrm{inc}) dS = \sum_{j=1}^{N} a_j \int_S \mathbf{J}_{sj} \cdot \mathbf{E}_\mathrm{inc} dS = \sum_{j=1}^{N} a_j v_j\,, \tag{17}$$

Kako su elementi kolone slobodnih članova, v_j, $j = 1,\ldots,N$, već izračunati, vreme računanja kopolarne komponente monostatičkog poprečnog preseka rasejanja se procenjuje na $T_5 = BMN$, što je zanemarljivo u odnosu na vreme $T_2 = MBN^2$, i budući da je novo T_5 reda jedne milisekunde, teško ga je i izmeriti. Ukupno vreme T iz prethodnog primera sada iznosi 14.702 sekunde. Tako se u primeru navedenom u prethodnom poglavlju vreme simulacije redukuje nekoliko puta.

IV. Zaključak

U radu je predložena alternativna metoda za računanje kopolarne komponente monostatičkog poprečnog preseka rasejanja usled linearno polarizovanog talasa, koja omogućava višestruku redukciju vremena simulacije u slučaju velikog broja pravaca (npr. broja pravaca koji je uporediv sa, ili veći od, broja nepoznatih koeficijenata potrebnih za rešenje problema).

Literatura

[1] B. M. Kolundzija, “Electromagnetic modeling of composite metallic and dielectric structures,” in IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, vol. 47, no. 7, July 1999, pp. 1021-1032.

[2] WIPL-D: https://wipl-d.com.

[3] R. F. Harrington, “Time-Harmonic Electromagnetic Fields,” Wiley-IEEE Press, 2001.

[4] B. M. Kolundžija and A. R. Đorđević, “Electromagnetic Modeling of Composite Metallic and Dielectric Structures,” Boston: Artech House, 2002.

[5] (UT) Austin CEM Benchmarks: https://github.com/UTAustinCEMGroup/AustinCEMBenchmarks.

ABSTRACT

The paper proposes an alternative method for evaluation of monostatic radar cross section (RCS), in the case when currents induced over the scatterer surface are determined by applying the Method of Moments (MoM) to surface integral equations. It is shown by using the reciprocity theorem that equations for evaluation of copolar component of monostatic RCS due to linearly polarized plane wave can be expressed in term of free column of the MoM matrix equation. It is shown on the example of airplane scatterer that in the case of many plane wave directions the simulation time can be reduced few times by using this alternative method.

ALTERNATIVE WAY OF EVALUATION OF MONOSTATIC RADAR CROSS SECTION BY USING METHOD OF MOMENTS

Nemanja Grbić, Branko Kolundžija