

# Merenje amplitudske i frekvencijske modulacije analizatorom frekvencijskog spektra

Miša Markuš  
Sektor za metrologiju  
Tehnički opitni centar  
Beograd, Srbija  
markus.misa@gmail.com

Neda Spasojević  
Sektor za metrologiju  
Tehnički opitni centar  
Beograd, Srbija  
nedamilivojcevic@yahoo.com  
<https://orcid.org/0000-0001-8051-982X>

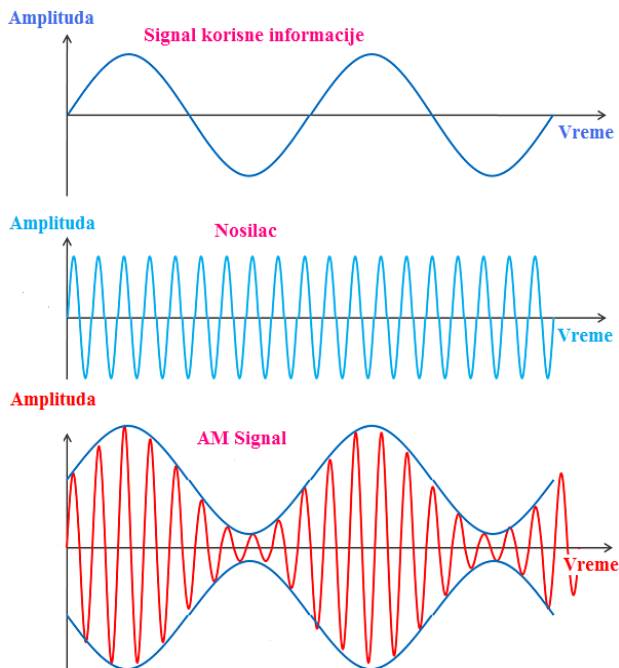
Aleksandar Atanacković  
Sektor za metrologiju  
Tehnički opitni centar  
Beograd, Srbija  
salelovac1@gmail.com

**Apstrakt** — U radu je predstavljen postupak merenja amplitudske i frekvencijske modulacije korišćenjem analizatora frekvencijskog spektra. Prikazan je proračun merne nesigurnosti merenja i izvršeno je poređenje sa slučajem kada se ovi tipovi analognih modulacija mere mernim prijemnikom.

**Ključne reči** — analizator spektra; etaloniranje; merna nesigurnost; modulacija;

## I. UVOD

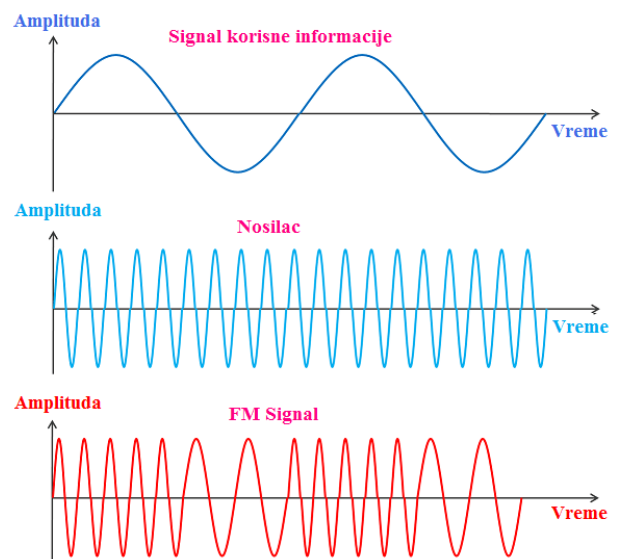
Amplitudska modulacija (AM) je vrsta analogne modulacije pri kojoj se amplituda signala noseće frekvencije menja proporcionalno signalu korisne informacije. Ona se sastoji u translaciji originalnog modulišućeg signala na učestanost nosioca (u realnim situacijama, učestanost nosioca je mnogo veća od učestanosti modulišućeg signala). Informacija koja se prenosi sadržana je u anvelopi amplitudski modulisanog signala (Sl. 1). Amplitudska modulacija je linearan postupak, što znači da na izlazu nema generisanja novih spektralnih komponenti u odnosu na ulaz.



Sl. 1. Amplitudska modulacija

Amplitudski modulisani signal se dobija produktom modulacijom, odnosno množenjem nosioca i modulišućeg signala u takozvanim produktim modulatorima. AM je bio najraniji metod za slanje audio signala u radio prenosu, i dalje ga koriste komercijalne radio-stanice u opsegu dugih, srednjih i kratkih talasa. Koristi se i za prenos slike u analognom bežičnom televizijskom sistemu. Prednosti amplitudske modulacije ogledaju se u jednostavnoj implementaciji i niskoj ceni (komponente koje se koriste i na prijemnoj i na predajnoj strani su jeftine).

Frekvencijska modulacija (FM) je tip modulacije, pri kojoj se noseća frekvencija menja proporcionalno signalu korisne informacije, dok amplituda ostaje konstantna (Sl. 2). Generisanje FM signala može se izvesti na dva načina. U slučaju direktne metode, signal korisne informacije se direktno dovodi na ulaz naponski kontrolisanog oscilatora. Kod indirektno metode, FM signali se dobijaju pomoću integratora i modulatora faznog signala. Frekvencijska modulacija se koristi za prenos zvuka u analognom bežičnom televizijskom sistemu. Takođe, komercijalne radio-stanice u opsegu ultrakratkih talasa (UKT) koriste frekvencijsku modulaciju. Nezaobilazna je njena primena u telemetriji i radarskim sistemima.



Sl. 2. Frekvencijska modulacija

Prednost FM nad AM u radio komunikaciji ogleda se u većoj otpornosti na smetnje (odnos signal-šum je znatno veći). Takođe, celokupna snaga koja se prenosi u frekventijskoj modulaciji je korisna snaga, dok je kod amplitudске modulacije najveći deo snage koncentrisan u nosiocu, koji ne prenosi korisnu informaciju. Mana FM jeste širi frekventijski opseg, u poređenju sa AM [1].

## II. METODA MERENJA

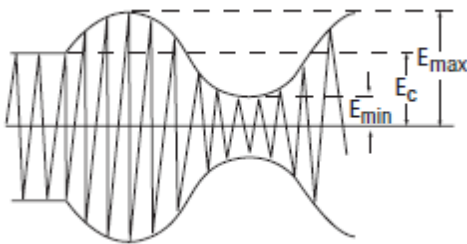
Radi boljeg razumevanja postupka merenja amplitudске i frekventijske modulacije korišćenjem analizatora frekventijskog spektra, neophodno je posmatrati AM i FM signale kako u vremenskom tako i u frekventijskom domenu. Na Sl. 3 i Sl. 4 respektivno, prikazan je AM signal u vremenskom i frekventijskom domenu. U frekventijskom domenu mogu se primetiti tri komponente AM signala: osnovna komponenta na frekventiji nosioca ( $f_c$ ) i dva bočna opsega na frekventijama  $f_c+f_m$  (gornji bočni opseg – USB) i  $f_c-f_m$  (donji bočni opseg – LSB), gde je  $f_m$  modulišuća frekventija odnosno frekventija signala korisne informacije.

Osnovni parametar koji se koristi za opisivanje amplitudске modulacije, jeste indeks modulacije  $m$ . Indeks modulacije se definiše kao odnos amplitude signala korisne informacije i amplitude nosioca. On pokazuje na koji način amplituda korisnog signala i nosećeg signala utiču na amplitudu AM signala. Posmatrajući Sl. 3, uz pretpostavku da se radi o modulaciji signalom sinusnog oblika, indeks modulacije se može predstaviti na sledeći način:

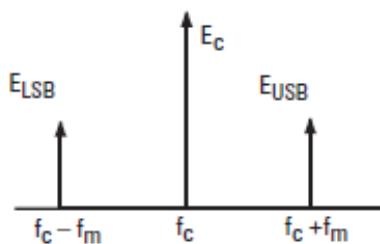
$$m = \frac{E_{max} - E_c}{E_c} \quad (1)$$

Budući da je modulacija simetrična, važe sledeće relacije:

$$E_{max} - E_c = E_c - E_{min} \quad (2)$$



Sl. 3. AM signal u vremenskom domenu



Sl. 4. AM signal u frekventijskom domenu

$$E_c = \frac{E_{max} + E_{min}}{2} \quad (3)$$

Sa  $E_{max}$  i  $E_{min}$  su označene maksimalna i minimalna amplituda AM signala, dok je sa  $E_c$  označena amplituda nosioca. Na osnovu (1) i (2), indeks modulacije može se predstaviti sledećom jednačinom:

$$m = \frac{E_{max} - E_{min}}{E_{max} + E_{min}} \quad (4)$$

Posmatrajući Sl. 4, uz pretpostavku da su sve tri komponente signala u fazi, one se linearno sabiraju i daju maksimalnu vrednost  $E_{max}$ :

$$E_{max} = E_c + E_{LSB} + E_{USB} \quad (5)$$

gde su  $E_{LSB}$  i  $E_{USB}$  amplitude gornjeg i donjeg bočnog opsega. Na osnovu (1) i (5), imajući u vidu da su amplitude bočnih opsega iste, odnosno  $E_{LSB} = E_{USB} = E_{SB}$ , dolazi se do sledećeg izraza za indeks modulacije:

$$m = \frac{2 \cdot E_{SB}}{E_c} \quad (6)$$

AM signal u frekventijskom domenu sada se može predstaviti Sl. 5. Za slučaj kada imamo indeks modulacije koji je jednak 1 (modulacija 100%), amplituda svakog od bočnih opsega biće jednaka polovini amplitude nosioca, odnosno svaki bočni opseg imaće nivo koji je za 6 dB ispod nivoa nosioca. Ukoliko se (6) predstavi u logaritamskoj formi, dobija se sledeći izraz:

$$\left(\frac{E_c}{E_{SB}}\right)_{dB} = 20 \cdot \log\left(\frac{m}{2}\right) \quad (7)$$

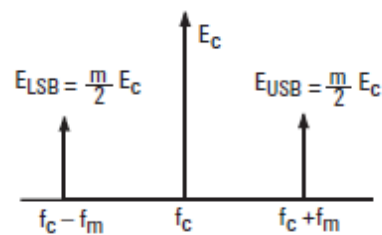
Izraz (7) može se urediti, nakon čega se dolazi do sledeće jednačine:

$$\left(\frac{E_c}{E_{SB}}\right)_{dB} - 6 \text{ dB} = 20 \cdot \log(m) \quad (8)$$

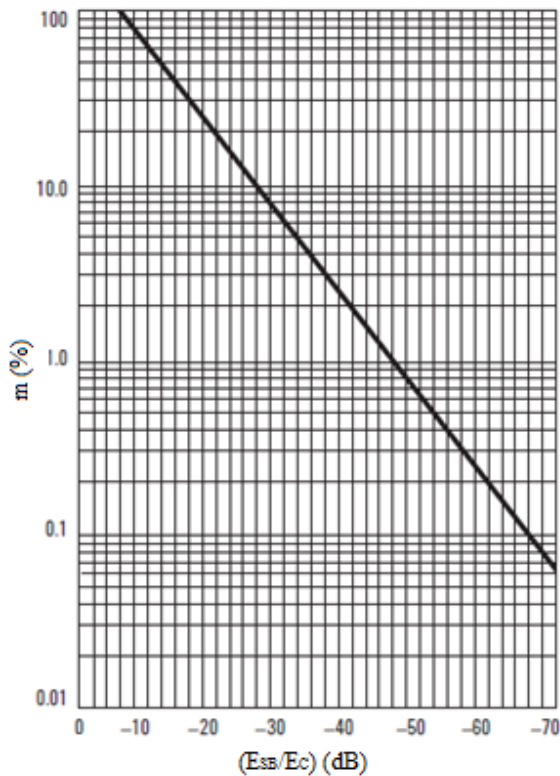
Jednačina (8) pokazuje zavisnost indeksa modulacije  $m$  od potiskivanja bočne komponente AM signala, odnosno od slabljenja bočnog opsega u odnosu na nosilac. Ovaj izraz može se predstaviti i grafički, pri čemu je indeks modulacije izražen u procentima (Sl. 6).

Kao što je već rečeno, u slučaju frekventijske modulacije frekventija nosećeg signala menja se proporcionalno signalu korisne informacije. Za kvantitativno opisivanje FM signala koriste se devijacija frekventije ( $\Delta f$ ) i indeks frekventijske modulacije ( $\beta$ ). Devijacija frekventije predstavlja maksimalni pomeraj u odnosu na frekventiju nosioca FM signala, i njena veza sa indeksom modulacije data je izrazom:

$$\beta = \frac{\Delta f}{f_m} \quad (9)$$

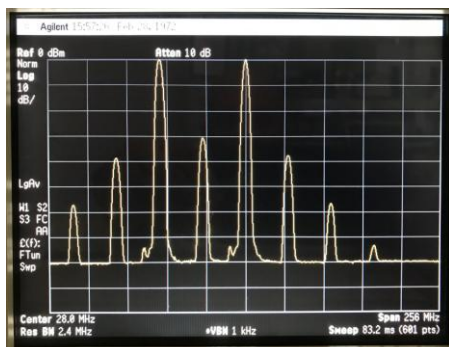


Sl. 5. AM signal u frekventijskom domenu

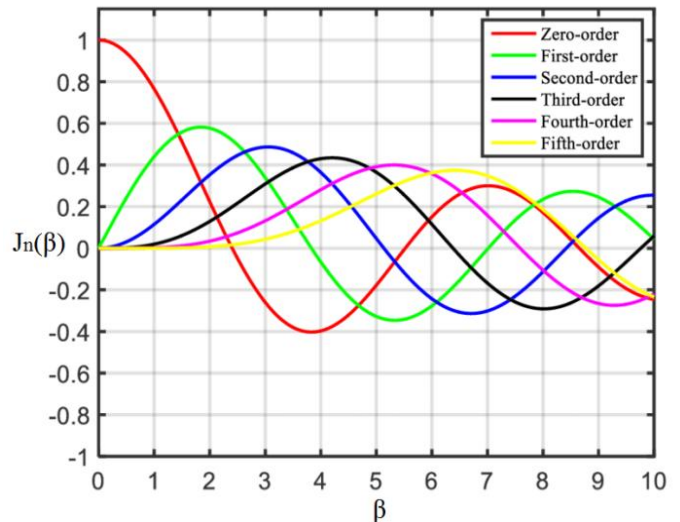


Sl. 6. Zavisnost indeksa modulacije od slabljenje bočnih opsega

U jednačini (9) sa  $f_m$  je označena modulišuća frekvencija. Za razliku od spektra AM signala gde postoje samo dva bočna opsega, frekvencijska modulacija proizvodi beskonačan broj bočnih opsega, čije rastojanje u spektru odgovara modulišućoj frekvenciji (Sl. 7). Sve komponente u spektru frekvencijski modulisanog signala menjaju se sa promenom indeksa FM ( $\beta$ ), pri čemu srednja snaga signala, sačinjenog od ovih komponenti, ostaje konstantna. Veza između amplituda nosećeg signala i bočnih komponenti kao funkcija  $\beta$ , predstavljena je Beselovim funkcijama (Sl. 8) [1]. Može se primetiti, da pri određenim vrednostima indeksa  $\beta$ , nosilac i bočne komponente imaju vrednost nula. Za merenje FM od značaja je prva nula Beselove funkcije osnovne komponente ( $J_0$ ), kojoj prema Sl. 8 odgovara  $\beta = 2,4$ .



Sl. 7. Spektar FM signala



Sl. 8. Beselove funkcije

Anuliranje nosioca postiže se menjanjem modulišuće frekvencije. Na osnovu modulišuće frekvencije na kojoj se postiže nula nosioca i poznate vrednosti  $\beta$ , prema (9) izračunava se devijacija frekvencije ( $\Delta f$ ). Blok šema prema kojoj je izvršeno merenje AM i FM prikazana je na Sl. 9. Za generisanje AM ili FM signala može se iskoristiti interni modulacioni generator u sastavu samog signal generatora, ili se modulacije mogu generisati korišćenjem spoljnjih izvora, najčešće su to u pitanju generatori funkcija, koji se dovode na odgovarajuće eksterne ulaze signal generatora.

### III. MERNÁ NESIGURNOST

Proračun i izražavanje merne nesigurnosti, u saglasnosti je sa preporukama "Evaluation of the Uncertainty of Measurement in Calibration-EA-4/02 M:2022" [2] i "Evaluation of measurement data - Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement" [3].

#### A. Merna nesigurnost merenja AM

Budžet merne nesigurnosti prikazan je tabelom I i dobijen je pod sledećim pretpostavkama :

Kao izvor AM signala iskorišćen je signal generator Agilent E8257D. Na signal generatoru postavlja se AM signal noseće frekvencije 1 GHz, modulišuće frekvencije 1 kHz i indeksa modulacije 50%. Izvor modulišućeg signala je interni modulacioni generator u sklopu signal generatora Agilent E8257D.

Matematički model merne nesigurnosti merenja AM može se predstaviti sa (10).



Sl. 9. Blok šema merenja AM i FM

TABELA I. TABELA BUDŽETA MERNE NESIGURNOSTI MERENJA AMPLITUDSKE MODULACIJE

Uticajna ulazna veličina	Procena	Standardna nesigurnost	Raspodela	Koeficijent osetljivosti	Doprinos standardnoj nesigurnosti
$\delta_f$	0,10 dB	1,34%	Pravougaona	1	1,34%
$\delta_l$	0 dB	0,94%	Pravougaona	1	0,94%
$\delta_m$	0 dB	1,49%	U raspodela	1	1,49%
$\delta_u$	-	1,38%	Normalna	1	1,38%
$U_c$	<b>Kombinovana standardna nesigurnost</b>				2,61%
$U_{uk}$	<b>Proširena merna nesigurnost (k=2)</b>				5,22%

$$\delta U = \delta_f + \delta_l + \delta_m + \delta_u \quad (10)$$

Prepoznati su sledeći uticajni faktori:

$\delta_f$  – korekcija usled frekvencijske karakteristike analizatora frekvencijskog spektra. Podatak se preuzima iz poslednjeg uverenja o etaloniranju, i za frekvenciju 1 GHz on iznosi 0,1 dB.

$\delta_l$  – korekcija usled linearnosti prikaza na ekranu. U dokumentaciji za analizator spektra, pronalazimo da vrednost ovog parametra iznosi 0,07 dB [4].

$\delta_m$  – korekcija usled neprilagođenja između signal generatora i analizatora frekvencijskog spektra. Ovaj parametar se računa prema sledećem obrascu:

$$\delta_m = 20 \cdot \log(1 + \rho_g \cdot \rho_{afs}) \quad (11)$$

gde su  $\rho_g$  i  $\rho_{afs}$  koeficijenti refleksije izlaznog porta signal

### B. Merna nesigurnost merenja FM

Jednačina (13) predstavlja matematički model merne nesigurnosti merenja FM, dok je budžet merne nesigurnosti prikazan tabelom II [2].

$$\delta U = \delta_r + \delta_l + \delta_m + \delta_t \quad (13)$$

Merna nesigurnost prikazana tabelom 2, dobijena je pod sledećim pretpostavkama: signal generator generiše FM signal noseće frekvencije 28 MHz, modulišuće frekvencije 1 kHz i devijacije frekvencije 5 kHz. I ovog puta je kao izvor modulišućeg signala iskorišćen interni modulacioni generator u sklopu signal generatora Agilent E8257D.

Prepoznati su sledeći uticajni faktori:

$\delta_r$  – korekcija usled rezolucije signal generatora prilikom zadavanja modulišuće frekvencije. Ova korekcija iznosi 0,5 Hz [5].

TABELA II. TABELA BUDŽETA MERNE NESIGURNOSTI MERENJA FREKVENCIJSKE MODULACIJE

Uticajna ulazna veličina	Procena	Standardna nesigurnost	Raspodela	Koeficijent osetljivosti	Doprinos standardnoj nesigurnosti
$\delta_r$	0 Hz	0,03%	Pravougaona	1	0,03%
$\delta_l$	0 dB	0,94%	Pravougaona	1	0,94%
$\delta_m$	0 dB	1,49%	U raspodela	1	1,49%
$\delta_t$	0	$\approx 0$	Pravougaona	1	$\approx 0$
$U_c$	<b>Kombinovana standardna nesigurnost</b>				1,76%
$U_{uk}$	<b>Proširena merna nesigurnost (k=2)</b>				3,52%

generatora i ulaznog porta analizatora spektra, respektivno. Iz raspoložive tehničke dokumentacije za ova merila, pronalaze se vrednosti koeficijenata stojećeg talasa za generator  $KST_g = 1,4$  i za analizator spektra  $KST_{afs} = 1,2$ . Veza koeficijenta refleksije i stojećeg talasa data je izrazom:

$$\rho = \frac{KST-1}{KST+1} \quad (12)$$

Na osnovu (11) i (12) dobija se vrednost neprilagođenja, koja iznosi 0,09 dB.

$\delta_u$  – korekcija usled etaloniranja frekvencijske karakteristike analizatora spektra. Etaloniranje analizatora spektra izvodi se u laboratoriji Tehničkom opitnom centru. Vrednost ovog parametra iznosi 0,12 dB, za faktor obuhvata  $k = 2$ , te je procena ovog parametra 0,06 dB.

$\delta_l$  – korekcija usled linearnosti prikaza na ekranu analizatora spektra, koja prema specifikaciji iznosi 0,07 dB [4].

$\delta_m$  – korekcija usled neprilagođenja između signal generatora i analizatora frekvencijskog spektra. Na osnovu (11) i (12) dobija se vrednost neprilagođenja, koja iznosi 0,09 dB.

$\delta_t$  – korekcija usled tačnosti signal generatora prilikom zadavanja modulišuće frekvencije. Tačnost zadavanja frekvencije generatora Agilent E8257D je definisana u tehničkoj dokumentaciji kao zbir stabilnosti interne vremenske baze (koja iznosi  $2,5 \cdot 10^{-10}$  za 24 časa), temperaturnih efekata (tipična vrednost  $2,5 \cdot 10^{-9}$ ) i efekata linijskog napona (tipična vrednost je  $2 \cdot 10^{-10}$  za promene  $\pm 10\%$ ) [5]. Za modulišuću

frekvenciju 1 kHz vrednost ove korekcije iznosi  $3 \cdot 10^{-9}$ , i praktično se može zanemariti.

#### IV. ZAKLJUČAK

Uprkos sveprisutnoj digitalizaciji, analogne modulacije, u koje spadaju AM i FM, i dalje pronalaze primenu u raznim sistemima i merenje njihovih parametara je od izuzetnog značaja. Metoda merenja amplitudske i frekvencijske modulacije, koja podrazumeva upotrebu analizatora frekvencijskog spektra, predstavljena je u ovom radu. Ovakav način merenja parametara AM, zahvaljujući izuzetno velikom dinamičkom opsegu koji analizatori spektra imaju (70 dB i više), omogućava merenje veoma niskih nivoa AM (indeks modulacije ispod 0,06%). Pristupačnost i cena analizatora spektra predstavljaju prednosti ove metode. Veliki broj proizvođača merne opreme u svojoj ponudi ima analizatore frekvencijskog spektra, i njihova cena je znatno pristupačnija u poređenju sa mernim prijemnicima ili drugim, specijalizovanim merilima modulacija. Na tržištu su prisutni kompaktni, robusni analizatori spektra, namenjeni za rad na terenu, dok su merni prijemnici i merila modulacija, obično predviđeni za rad u laboratorijskim uslovima, i znatno su većih gabarita. Mana ovakve metode, pre svega leži u značajno većoj mernoj nesigurnosti, u poređenju sa metodom koja koristi merni prijemnik. U tabeli III dat je uporedni prikaz mernih nesigurnosti metode opisane u ovom radu, i metode koja podrazumeva upotrebu mernog prijemnika (u konkretnom slučaju, radi se o mernom prijemniku proizvođača Rohde & Schwarz, tip FSMR26) [6]. Na osnovu ove tabele, može se zaključiti da je laboratorijama za etaloniranje znatno prihvatljivija upotreba mernih prijemnika, zbog njihove znatno bolje nesigurnosti merenja. Takođe, merenje mernim prijemnikom je znatno jednostavnije i brže, i ne zahteva gotovo

nikakva prethodna podešavanja. Nepristupačnim ih čini znatno veća cena u poređenju sa analizatorima spektra.

TABELA III. POREĐENJE RAZLIČITIH METODA

Modulacija	Analizator spektra	Merni prijemnik
AM	5,2 %	1,2 %
FM	3,5 %	1,2 %

#### REFERENCE/LITERATURA

- [1] Faruque Saleh, "Radio Frequency Modulation Made Easy" Springer Cham, 2017.
- [2] "Evaluation of the Uncertainty of Measurement in Calibration-EA-4/02 M:2022", European co-operation for Accreditation, 4th april 2022.
- [3] BIPM, IEC, ISO, "Evaluation of measurement data - Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement", first edition, International Organization for Standardization, Geneva, Switzerland, September 2008.
- [4] "Agilent PSA Series Spectrum Analyzers" Data Sheet, Agilent Technologies, November 2013.
- [5] "Agilent E8257D PSG Microwave Analog Signal Generator" Data Sheet, Agilent Technologies, August 2009.
- [6] "R&S FSMR Measuring Receiver Specifications", Rohde&Schwarz, ver. 09.00, July 2011.

#### ABSTRACT

This paper describes amplitude and frequency modulation measurement using spectrum analyzers. Special section is dedicated to the measurement uncertainty estimation. Comparison between this method and more advanced technique (that utilizes measuring receiver) is made.

#### Measurement of amplitude and frequency modulation using spectrum analyzer

Miša Markuš, Neda Spasojević, Aleksandar Atanacković