

Dinamičke toplotne karakteristike homogenih građevinskih pregrada

Goran Todorović

Katedra za matematiku, fiziku i nacrtnu geometriju
Građevinski fakultet Univerziteta u Beogradu
Beograd, Srbija
todor@grf.bg.ac.rs ORCID 0000-0002-1195-4761

Abstract— U radu je analizirana jedna građevinska pregrada poznatih toplotnih i fizičkih karakteristika, i određen je toplotni impulsni odziv pregrade u analitičkom obliku na zadate granične uslove na spoljašnjoj i unutrašnjoj površini. Odziv je određen rešavanjem Fourier-ove jednačine za zadati problem u frekventnom i vremenskom domenu. Na osnovu ovih rešenja diskutovane su dinamičke toplotne karakteristike građevinskih pregrada.

Cljučne reči— Fourier-ova jednačina provođenja toplote.

I. UVOD

Poznavanje toplotnih karakteristika građevinskih pregrada, zidova, prozora i vrata su od suštinskog značaja za određivanje ponašanja građevinskih objekata pod uticajem promenljivih toplotnih uticaja. Oko trećine svetske potrošnje energije otpada na oblast zgradarstva [1]. Problematika iz ove oblasti je veoma aktuelna imajući u vidu klimatske promene i politiku uštede energije u građevinskom sektoru koju je najefikasnije sprovesti projektovanjem takozvanih energetski efikasnih zgrada [2,3]. Merenja temperature spoljašnjeg vazduha u dužem vremenskom periodu i njihova analiza u frekventnom domenu pokazuje da u spektrima temperature dominiraju komponente koje odgovaraju vremenskim periodima od jednog, sedam, tri meseca i godinu dana [4]. Standardi iz oblasti termike građevinskih objekata koji se zvanično primenjuju iz ove oblasti kod nas ne predviđaju analizu uticaja promenljivih temperatura na građevinske konstrukcije [5]. Projektovanje toplotne izolacije i hidro-termalnih parametara građevinskih pregrada počiva na konstantnim projektnim temperatrama i relativnim važnostima vazduha koje su vezane za lokaciju i način korišćenja objekta [6]. U svetskoj praksi i literaturi koriste se dimamički modeli projektovanja hidro-termalnih parametara građevinskih objekata [7,8,9].

U ovom radu je sprovedena termička analiza jednog homogenog ravnog zida koji je izložen uticaju promenljivih temperatura i toplotnih flukseva. Određen je impulsni odziv zida na pobudu toplotnim fluksom u vidu Dirac-ove funkcije, koja je primenjena na obe površine zida. Kao odziv dobijeno je temperatursko polje u zidu u frekventnom i vremenskom domenu. Zid je analiziran kao linearni sistem sa dva ulaza i izlaza. Ulazne veličine su gustine toplotnih flukseva na obe površine zida, a odziv temperatursko polje zida.

Autor se zahvaljuje Ministarstvu prosvete, nauke i tehnološkog razvoja Republike Srbije na finansijskoj podršci za istraživanja (RS-2020-200092).

II. MODEL PROVOĐENJA TOPLOTE U ZIDU

Provođenje toplote u vremenu t , kroz zid duž x -pravca, debljine L , je opisano Fourier-ovom jednačinom [10]:

$$\frac{\partial T(x,t)}{\partial t} = \frac{\lambda}{\rho c} \frac{\partial^2 T(x,t)}{\partial x^2} \quad (1)$$

gde su: $T(x,t)$ - temperaturko polje u zidu, λ - toplotna provodnost zida [W/mK], ρ - gustina materijala zida [kg/m^3] i c - masena specifična toplota zida [J/kgK]. Za λ zida usvajamo da je konstantna što važi u širokom intervalu temperatura za standardne uslove koji važe u praksi.

Jednačinu (1) ćemo rešavati za dve vrste graničnih i inicijalnih uslova u intervalu $0 < x < L$:

$$a) \quad q_u(t=0) = -\lambda \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=0} = \delta(t), \quad q_s(t=0) = -\lambda \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=L} = 0, \\ T(x,t=0) = 0, \quad (2)$$

$$b) \quad q_u(t=0) = -\lambda \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=0} = 0, \quad q_s(t=0) = -\lambda \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=L} = \delta(t) \\ T(x,t=0) = 0, \quad (3)$$

Sa q_u i q_s su označene gustine toplotnih flukseva na površinama zida sa unutrašnje i spoljašnje strane redom, a sa $\delta(t)$, Dirac-ova funkcija. Inicijalna temperatura zida je nula, jer nas ne interesuju tranzijentna rešenja (1) već odziv na granične uslove definisane sa $q_u(t)$ i $q_s(t)$. Naime, tranzijentna rešenja sa protokom vremena teže ka nuli [10], dok u građevinarstvu su od interesa termički procesi koji su odzivi na pobude dugih trajanja, reda dana, meseca ili godine.

Rešavanjem (1) pod graničnim uslovima a) i b) nam omogućavaju da koristeći princip superpozicije konstruišemo odziv zida na istovremene pobude proizvoljnim toplotnim fluksovima koristeći princip konvolucije rešenja. Naime, ako su rešenja (1) pod uslovima a) i b) temperaturska polja $T_{G1}(x,t)$ i $T_{G2}(x,t)$ redom, gde indeks G u temperaturi

označava Green-ovu funkciju, onda je temperatursko polje u zidu usled istovremene pobude fluksevima $q_u(t)$ i $q_s(t)$, $t > 0$:

$$T(x,t) = \int_0^t q_u(\tau)T_{G1}(x,t-\tau)d\tau + \int_0^t q_s(\tau)T_{G2}(x,t-\tau)d\tau. \quad (4)$$

Jednačinu (1) ćemo rešiti najpre u frekventnom domenu. Primenom Laplace-ove transformacije na (1), (2) i (3) dobijamo:

$$\frac{\partial^2 T(x,s)}{\partial x^2} - \alpha^2 s T(x,s) = 0 \quad (5)$$

$$a) q_u(x=0,s) = 1, q_s(x=L,s) = 0, T(x) = 0, \quad (6)$$

$$b) q_u(x=0,s) = 0, q_s(x=L,s) = 1, T(x) = 0, \quad (7)$$

gde je $\alpha^2 = \rho c / \lambda$. Rešenje (5), je funkcija:

$$T_G(x,s) = C_1 e^{\alpha\sqrt{s}x} + C_2 e^{-\alpha\sqrt{s}x}, \quad (8)$$

gde konstante C_1 i C_2 određujemo iz (6) i (7). Primenom graničnih uslova (6), imajući u vidu (2), nalazimo za C_1 i C_2 :

$$C_1 - C_2 = \frac{-1}{\alpha\lambda\sqrt{s}},$$

$$C_1 e^{\alpha L\sqrt{s}} - C_2 e^{-\alpha L\sqrt{s}} = 0,$$

odnosno,

$$C_1 = \frac{1}{2\alpha\lambda} \frac{e^{-\alpha L\sqrt{s}}}{\sqrt{s}sh(\alpha L\sqrt{s})}, C_2 = \frac{1}{2\alpha\lambda} \frac{e^{\alpha L\sqrt{s}}}{\sqrt{s}sh(\alpha L\sqrt{s})}.$$

Zamenom u (8) dobijamo rešenje (5) za uslove (6):

$$T_{G1}(x,s) = \frac{1}{\alpha\lambda} \frac{ch[\alpha(x-L)\sqrt{s}]}{\sqrt{s}sh(\alpha L\sqrt{s})}. \quad (9)$$

Korišćenje granični uslova (7), konstante u (8) zadovoljavaju uslove, $C_1 = C_2$, kao i:

$$C_1 e^{\alpha L\sqrt{s}} - C_2 e^{-\alpha L\sqrt{s}} = \frac{-1}{\alpha\lambda\sqrt{s}},$$

što daje,
$$C_1 = C_2 = \frac{-1}{2\alpha\lambda} \frac{1}{\sqrt{s}sh(\alpha L\sqrt{s})}.$$

Zamenom u (8), rešenje (5) za granične uslove (7) je:

$$T_{G2}(x,s) = \frac{-1}{\alpha\lambda} \frac{ch(\alpha x\sqrt{s})}{\sqrt{s}sh(\alpha L\sqrt{s})}. \quad (10)$$

Temperaturska polja $T_{G1/2}(x,s)$ predstavljaju impulsne odzive, tj. Green-ove funkcije temperature u zidu u

frekventnom domenu. Da bi odredili ove funkcije u vremenskom domenu, potrebno je odrediti njihove inverzne Laplace-ove transformacije, tj. $T_{G1}(x,t) = \square^{-1}[T_{G1}(x,s)]$. Prema teoremi o rezidijumu kompleksne funkcije, imamo da je:

$$T_{G1}(x,t) = \sum_{n=0}^{\infty} \text{Re} s \{ T_{G1}(x,s_n) e^{s_n t} \}, \quad (11)$$

gde su s_n polovi funkcije $T_{G1}(x,s)$. Polovi s_n su nule izraza u imeniocu (9), tj. rešenja jednačine:

$$\sqrt{s}sh(\alpha L\sqrt{s}) = 0. \quad (12)$$

Za određivanje nula (12) koristimo Weierstrass-ov razvoj funkcije $sh(\alpha L\sqrt{s})$:

$$sh(\alpha L\sqrt{s}) = \alpha L\sqrt{s} \prod_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{\alpha^2 L^2 s}{n^2 \pi^2} \right).$$

Za nule (12) dobijamo, $s_0 = 0$, $s_n = -\frac{(n\pi)^2}{\alpha^2 L^2}$, $n = 1, 2, \dots$

Ostatak (9) u nuli s_0 se dobija iz granične vrednosti:

$$\frac{1}{\alpha\lambda} \lim_{s \rightarrow s_0} (s - s_0) \frac{ch[\alpha(x-L)\sqrt{s}]e^{st}}{\alpha L s \prod_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{\alpha^2 L^2 s}{n^2 \pi^2} \right)} = \frac{1}{\alpha^2 \lambda L}. \quad (13)$$

Ostaci (9) u nulama $s_n = -\frac{(n\pi)^2}{\alpha^2 L^2}$ su granične vrednosti izraza:

$$\frac{1}{\alpha\lambda} \lim_{s \rightarrow s_n} \frac{s - s_n}{sh(\alpha L\sqrt{s})} \frac{ch[\alpha(x-L)\sqrt{s}]e^{st}}{\sqrt{s}},$$

koji posle primene L'Hopital-ovog pravila na prvi razlomak daje,

$$\frac{1}{\alpha^2 \lambda L} \frac{ch[\alpha(x-L)\sqrt{s_n}]e^{s_n t}}{\sqrt{s_n}} \lim_{s \rightarrow s_n} \frac{2\sqrt{s}}{ch(\alpha L\sqrt{s})},$$

pa je ostatak,

$$\frac{2}{\alpha^2 \lambda L} (-1)^n \cos\left(\frac{n\pi(x-L)}{L}\right) e^{-\left(\frac{n\pi}{\alpha L}\right)^2 t}, n = 1, 2, \dots \quad (14)$$

Pri izvođenju (14) korišćeni su identiteti, $ch(jn\pi) = (-1)^n$ i $ch(jn\pi(x-L)/L) = \cos(n\pi(x-L)/L)$.

Konačno, $\square^{-1}[T_{G1}(x,s)]$ je data izrazom:

$$T_{G1}(x,t) = \frac{1}{\alpha^2 \lambda L} \left[1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cos(n\pi(x-L)/L) e^{-\left(\frac{n\pi}{\alpha L}\right)^2 t} \right] \quad (15)$$

Ponavljanjem istog postupka nalazimo $\square^{-1}[T_{G2}(x,s)]$, tj. $T_{G2}(x,t)$:

$$T_{G2}(x,t) = \frac{-1}{\alpha^2 \lambda L} \left[1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cos(n\pi x/L) e^{-\left(\frac{n\pi}{\alpha L}\right)^2 t} \right] \quad (16)$$

U praksi se kontrolisana toplotna pobuda zida ostvaruje postavljanjem metalnih ploča sa grejačem na površinama zida, tako da se željena promena temperature i gustine toplotnog protoka mogu realizovati na kontrolisan način [11]. Neka su za $t > 0$ uspostavljene konstantne gustine toplotnih flukseva na unutrašnjoj i spoljašnjoj površini zida q_u i q_s . U tom slučaju temperaturno polje koje se uspostavi u zidu posle dovoljno dugog vremena jednako:

$$T(x,t) = q_u \int_0^t T_{G1}(x,t-\tau) d\tau + q_s \int_0^t T_{G2}(x,t-\tau) d\tau, \quad (17)$$

što nakon integracije, imajući u vidu (15) i (16) daje:

$$T(x,t) = \frac{1}{\alpha^2 \lambda L} \left[\begin{array}{l} (q_u - q_s)t + \frac{2\alpha^2 L^2}{\pi^2} \cdot \\ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 - e^{-\left(\frac{n\pi}{\alpha L}\right)^2 t}}{(-1)^n n^2} \left(q_u \cos(n\pi(x-L)/L) - \right. \\ \left. q_s \cos(n\pi x/L) \right) \end{array} \right] \quad (18)$$

III. TRANSFER MATRICA TOPLOTE

Poznavanje temperaturnog polja u zidu omogućava formiranje termičke transfer matrice zida koja povezuje temperature i toplotne flukseve na njegovim površinama u frekventnom domenu. Standardni oblik transfer matrice, koja se naziva Z matrica, povezuje temperaturu i gustinu toplotnog fluksa sa jedne strane i istih veličina sa druge strane zida [12]:

$$\begin{bmatrix} T_s(s) \\ q_s(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} \\ z_{21} & z_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_u(s) \\ q_u(s) \end{bmatrix}, \quad (19)$$

gde su indeksima u i s , označene veličine sa unutrašnje i spoljašnje površine zida. Fizička značenja elemenata matrice z_{ij} su sledeća: $|z_{11}|$ - faktor amplitude temperature, amplituda temperature T_s , kada je amplituda $T_u = 1K$; $\varphi_{11} = \text{Arg}(z_{11})$ - razlika faza temperatura T_s i T_u ; $|z_{12}|$ - amplituda temperature T_s kada je $q_u = 1W/m^2$; φ_{12} - razlika faza T_s i q_u ; $|z_{21}|$ - amplituda gustine toplotnog fluksa q_s koja je rezultat Dirac-

ove pobude temperaturom T_u amplitude $1K$; φ_{21} - razlika faza T_s i q_u ; $|z_{22}|$ - amplituda gustine fluksa q_s ako je $q_u = 1W/m^2$; φ_{22} - razlika faza gustina toplotnih flukseva sa obe strane zida.

Pored elemenata Z matrice, za opis toplotnih dinamičkih karakteristika pregrada koristi se veličina koja predstavlja vremensko kašnjenje maksimuma odziva u odnosu na trenutak maksimuma pobude. Na primer, kašnjenje maksimuma temperature T_s u odnosu na trenutak maksimuma pobude fluksom q_u je [12]:

$$\Delta t_f = \frac{T}{2\pi} \arg(z_{12}). \quad (20)$$

Toplotni kapacitet površina zidova, sa unutrašnje i spoljašnje strane, izloženih periodičnoj toplotnoj pobudi se dobija preko izraza, redom:

$$k_1 = \frac{T}{2\pi} \left| \frac{z_{11} - 1}{z_{12}} \right|, \quad k_2 = \frac{T}{2\pi} \left| \frac{z_{22} - 1}{z_{12}} \right|. \quad (21)$$

Da bi odredili elemente Z matrice date sa (19) potrebno je povezati granične uslove korišćene u radu koji se mogu predstaviti u matricnom obliku na sledeći način:

$$\begin{bmatrix} T_u(s) \\ T_s(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_u(s) \\ q_s(s) \end{bmatrix}, \quad (22)$$

gde su g_{ij} , ($i, j = 1, 2$) kompleksne funkcije koje povezuju fluskeve na obe površine zida sa njihovim temperaturama. Ako (19) i (22) prikažemo u razvijenom obliku, imamo:

$$T_s(s) = z_{11} T_u(s) + z_{12} q_u(s), \quad (23)$$

$$q_s(s) = z_{21} T_u(s) + z_{22} q_u(s), \quad (24)$$

kao i

$$T_u(s) = g_{11} q_u(s) + g_{12} q_s(s), \quad (25)$$

$$T_s(s) = g_{21} q_u(s) + g_{22} q_s(s). \quad (26)$$

Ako izrazimo $q_s(s)$ iz (25), tj.,

$$q_s(s) = \frac{1}{g_{12}} T_u(s) - \frac{g_{11}}{g_{12}} q_u(s), \quad (27)$$

i uporedimo sa (24), dobijamo,

$$g_{12} = \frac{1}{z_{21}}, \quad g_{11} = -\frac{z_{22}}{z_{21}}. \quad (28)$$

Ako zamenimo (27) u (26), imajući u vidu (28), dobijamo,

$$T_s(s) = z_{21}g_{22}T_u(s) + (g_{21} + g_{22}z_{22})q_u(s). \quad (29)$$

Poređenjem (29) sa (23), dobijamo da su:

$$g_{22} = \frac{z_{11}}{z_{21}}, \quad g_{21} = \frac{z_{12}z_{21} - z_{11}z_{22}}{z_{21}}. \quad (30)$$

Dakle, (22) se može prikazati preko elemenata Z matrice na sledeći način:

$$\begin{bmatrix} T_u(s) \\ T_s(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{z_{22}}{z_{21}} & \frac{1}{z_{21}} \\ \frac{z_{12}z_{21} - z_{11}z_{22}}{z_{21}} & \frac{z_{11}}{z_{21}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_u(s) \\ q_s(s) \end{bmatrix}. \quad (31)$$

Ostaje da izrazimo elemente Z matrice preko početnih uslova (6) i (7). Na osnovu (6) iz (31) imamo:

$$T_u(s) = T_{G1}(x=0, s) = -\frac{z_{22}}{z_{21}},$$

$$T_s(s) = T_{G2}(x=0, s) = z_{12} - \frac{z_{11}z_{22}}{z_{21}}, \quad (32)$$

a iz (7) i (31) sledi,

$$T_u(s) = T_{G1}(x=L, s) = \frac{1}{z_{21}},$$

$$T_s(s) = T_{G2}(x=L, s) = \frac{z_{11}}{z_{21}}. \quad (33)$$

Rešavanjem (32) i (33) dobijamo:

$$z_{11} = \frac{T_{G2}(x=L, s)}{T_{G1}(x=L, s)},$$

$$z_{12} = \frac{T_{G1}(x=L, s)T_{G2}(x=0, s) - T_{G1}(x=0, s)T_{G2}(x=L, s)}{T_{G1}(x=L, s)},$$

$$z_{21} = \frac{1}{T_{G1}(x=L, s)}, \quad z_{22} = -\frac{T_{G1}(x=0, s)}{T_{G1}(x=L, s)}. \quad (34)$$

Imajući u vidu izraze za temperaturna polja (9) i (10), eksplicitni oblik (19) postaje:

$$\begin{bmatrix} T_s(s) \\ q_s(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -ch\sqrt{\rho c / \lambda L \sqrt{s}} & \frac{1}{\sqrt{\rho c \lambda}} \frac{sh\sqrt{\rho c / \lambda L \sqrt{s}}}{\sqrt{s}} \\ \sqrt{\rho c \lambda} \sqrt{s} sh\sqrt{\rho c / \lambda L \sqrt{s}} & -ch\sqrt{\rho c / \lambda L \sqrt{s}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_u(s) \\ q_u(s) \end{bmatrix} \quad (35)$$

Matrica Z ima determinantu čija je vrednost jednaka jedinici, tj.:

$$\det Z = ch^2(\sqrt{\rho c / \lambda L \sqrt{s}}) - sh^2(\sqrt{\rho c / \lambda L \sqrt{s}}) = 1,$$

pa se (31) može prikazati na sledeći način:

$$\begin{bmatrix} T_u(s) \\ T_s(s) \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{\rho c \lambda} \sqrt{s} sh(\sqrt{\rho c / \lambda L \sqrt{s}})} \begin{bmatrix} ch(\sqrt{\rho c / \lambda L \sqrt{s}}) & 1 \\ -1 & -ch(\sqrt{\rho c / \lambda L \sqrt{s}}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_u(s) \\ q_s(s) \end{bmatrix}. \quad (36)$$

IV. DINAMIČKE TOPLLOTNE KARAKTERISTIKE PREGRADNIH ZIDOVA

Model temperaturskog polja i dinamičke toplotne karakteristika pregrada iznetih u prethodna dva poglavlja ćemo primeniti na građevinske zidove od betona i opeke čije su fizičke i toplotne karakteristike date u Tabeli I:

TABELA I. TOPLLOTNE I FIZIČKE KARAKTERISTIKE MATERIJALA ZIDOVA

	ρ [kg/m ³]	C [J/kgK]	λ [W/mK]	L [m]
beton	2100	960	2	0,3
opeka	1600	920	0,64	0,3

Z matrice (19) za beton i opeku, imajući u vidu Tabelu I, koje odgovaraju dnevnim varijacijama temperature i gustine toplotnog fluksa, tj. za period $T = 24h$, su:

$$Z_{beton} = \begin{bmatrix} 0,77 - j2,9 & 0,096 + j0,156 \\ -45,87 + j28,26 & 0,77 - j2,9 \end{bmatrix},$$

$$Z_{opeka} = \begin{bmatrix} 7,2 - j3 & -0,35 + j0,87 \\ -59,45 - j24 & 7,2 - j3 \end{bmatrix}. \quad (37)$$

U Tabeli II su prikazane brojne vrednosti modula matričnih elemenata (37), tj. $|z_{ij}|$, kao i vremensko kašnjenje

maksimuma odziva u odnosu na trenutak maksimuma odgovarajuće pobude (20).

TABELA II. ELEMENTI Z MATRICE I KAŠNENJA ODZIVA

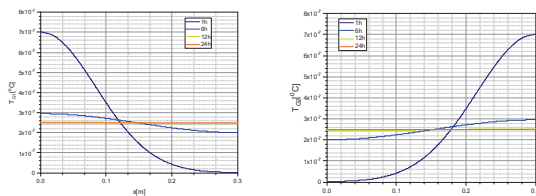
beton	$ z_{ij} $	$\Delta t_{ij} [h]$	opeka	$ z_{ij} $	$\Delta t_{ij} [h]$
z_{11}	3	-5	z_{11}	7,8	-1,5
z_{12}	0,184	3,9	z_{12}	0,94	7,47
z_{21}	53,87	21,9	z_{21}	64,1	1,46
z_{22}	3	-5	z_{22}	7,8	-1,5
k_1	60,5 [J/m ² K]		k_1	28 [J/m ² K]	

Iz Tabeli II vidimo da zid od opeke, iste debljine kao od betona, ima bolje toplotne dinamičke karakteristike: ima bolji odnos temperatura sa unutrašnje i spoljašnje strane (7,8:3), manji površinski toplotni kapacitet (28:60,5), bolji odnos unutrašnje temperature i spoljašnjeg fluksa (fluksa gubitaka) (0,94:0,184). Vidimo da je brzina prostiranja amplitude temperature u betonu manja nego u opeci (5:1,5), jer beton ima veći toplotni kapacitet i veću gustinu, dok za prostiranje amplitude fluksa važi obrnuto, (7,47:3,9).

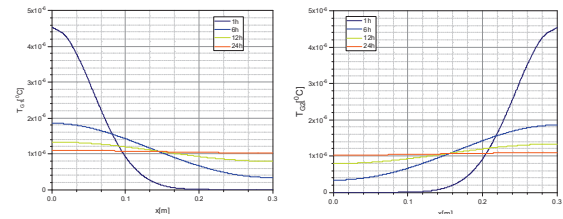
Na Sl. 1 su prikazane Green-ove funkcije temperature $T_{G1}(x,t)$ i $T_{G2}(x,t)$ u zidu od betona, debljine $L = 0,3m$, za 4 vremenska trenutka: 1h, 6h, 12h i 24h. Početna temperatura zida u trenutku 0h je 0°C.

Na Sl. 2 su prikazane Green-ove funkcije temperature $T_{G1}(x,t)$ i $T_{G2}(x,t)$ u zidu od opeke, debljine $L = 0,3m$, za 4 vremenska trenutka: 1h, 6h, 12h i 24h. Početna temperatura zida u trenutku 0h je 0°C.

Green-ove funkcije na Sl. 1 i 2 su opadajuće funkcije koordinate i vremena koje posle približno 24h od trenutka pobude toplotnim fluksom imaju približno konstantnu vrednost, tj. za to vreme se temperatura zida ujednači po čitavom preseku zida. Za Green-ove funkcije jednoslojne pregrade, $T_{G1}(x,t)$ i $T_{G2}(x,t)$, uvek važi ogledalasta simetrije, tj.:



Sl. 1 Green-ove funkcije temperature (15) i (16) za zid od betona čije su karakteristike date u Tabeli I.



Sl. 2 Green-ove funkcije temperature (15) i (16) za zid od opeke čije su karakteristike date u Tabeli I.

$$T_{G1}(x,t) = -T_{G2}(x-L,t),$$

što se vidi sa Sl. 1 i 2 i iz (15) i (16). Green-ove funkcije temperature na površini zida na kojoj deluje impulsna pobuda gustinom toplotnog fluksa za opeku imaju veću vrednost od one iste za beton jer, kao što je rečeno, opeka ima manji toplotni kapacitet od betona.

V. ZAKLJUČAK

U radu je prezentovana metoda određivanja Green-ovih funkcija temperaturnog polja unutar ravne građevinske pregrade rešavanjem Fourier-ove jednačine provođenja toplote u frekventnom domenu. Struktura je pobuđivana gustinom toplotnog fluksa u vidu jedinične Dirac-ove delta funkcije na površinama zida. Ovakav pristup omogućava dobijanja rešenja temperaturnog polja u analitičkom obliku kao i dobijanje odziva na proizvoljne istovremene pobude toplotnim fluksovima na obe površine zida. Prezentovana metoda je praktična jer se na osnovu merenja samo toplotnih fluksa na površinama zida može odrediti temperaturno polje unutar zida. Metoda se može primeniti i na višeslojne ravne, kao i zidove cilindrične i sferne simetrije. Pored toga, moguće je konstruisati Z matricu zida iz koje proizilaze sve dinamičke toplotne karakteristike zida.

LITERATURA

- [1] Key World Energy Statistics, International Energy Agency; 2015.
- [2] Technology Roadmap, Energy efficient building envelopes, International Energy Agency; 2013
- [3] Directive 2012/27/EU of the European Parliament and of the Council of 25 on energy efficiency, European Parliament, Directive; 2012
- [4] Z.Petojević, M.Mirković, Ž.Jovanović, R.Gospavić, G.Todorović, "Determination of dynamic thermal characteristic of a building wall", Proceedings of 17th Symposium on Thermal Science and Engineering of Serbia, SIMTERM, 2015, Sokobanja, Serbia.
- [5] SRPS EN ISO 6946:2017, Компоненте и елементи зграде - Топлотна отпорност и коефицијент пролаза топлоте - Методе прорачуна.
- [6] ПРАВИЛНИК О ЕНЕРГЕТСКОЈ ЕФИКАСНОСТИ ЗГРАДА, Службени гласник РС: 061/2011.
- [7] Thermal performance of building components: dynamic thermal characteristics and calculation methods, ISO 13786; 2007.
- [8] Z. Petojević, R. Gospavić, G. Todorović, "Estimation of thermal impulse response of a multi-layer building wall through in-situ experimental measurements in a dynamic regime with applications", Applied Energy 228 (2018) 468–486.
- [9] M. M. Marjanović, R. Gospavić, G.Todorović, "An analytical approach based on Green's function to thermal response factors for composite planar structure with experimental validation", International Journal of Thermal Sciences 139 (2019) 129–143.

- [10] M.N. Ozisik, Heat Conduction, second ed., John Wiley & Sons, United States, 1993.
- [11] A. Rasooli, L. Itard, “ In-situ rapid determination of walls’ thermal conductivity, volumetric heat capacity, and thermal resistance, using response factors”, Applied Energy, Volume 253, 1 November 2019, 113539.
- [12] Thermal performance of building components: dynamic thermal characteristics and calculation methods, ISO 13786; 2007.

ABSTRACT

In this paper, a construction partition with known thermal and physical characteristics was analyzed. The thermal impulse response of the partition was determined analytically based on specified boundary conditions on the external and internal surfaces. The response was obtained by solving Fourier's equation for the given problem in both the frequency and time domains. Based on these solutions, the dynamic thermal characteristics of construction partitions were discussed.

DYNAMIC THERMAL CHARACTERISTICS OF HOMOGENEOUS BUILDING PARTITIONS

Goran Todorović