

# Rotorovi žljebni harmonici i parazitski momenti kaveznog asinhronog motora

Gojko Joksimović, *Senior Member, IEEE*

**Apstrakt**—U radu je data veza između broja štapova kaveznog rotora i egzistencije rotorovih žljebnih harmonika u spektru struje statora i parazitskih elektromagnetskih momenata trofaznog, kaveznog, mrežno napajanog asinhronog motora u stacionarnom radnom režimu. Analiza je provedena korišćenjem analitičkih izraza za magnetomotornu silu kaveznog namotaja rotora i za razvijeni elektromagnetski moment uz uračunavanje učesća viših prostornih harmonika magnetomotorne sile sa strane statora i posledično, viših vremenskih harmonika u struji kaveznog namotaja rotora. Pokazano je da egzistencija harmonijskih komponenti struje statora na visokim učestanostima, poznate kao rotorovi žljebni harmonici kao i parazitskih, pulsacionih momenata zavisi od broja štapova rotora. Prezentirana analiza podrazumijeva stator sa brojem žljebova koji rezultira cijelim brojem žljebova po polu i fazi. Rezultate proistekle iz analitičkog razmatranja u potpunosti potkrijepljuju rezultati iz numeričkog modela za različit broj štapova rotora, različit broj žljebova na statoru i najčešće brojeve pari polova komercijalnih motora.

**Ključne reči**—Kavezni asinhroni motor; Rotorovi žljebni harmonici; Broj štapova rotora; Elektromagnetski momenat; Pulsacije elektromagnetskog momenta.

## I. UVOD

Spektralni sadržaj struje statora kaveznog asinhronog motora postaje interesantan predmet istraživanja pojavom neinvazivne dijagnostičke tehnike poznate kao *Motor Current Signature Analysis*, MCSA, koja sami namotaj statora koristi kao tzv. *search coil*. Ova tehnika dijagnostike stanja električne mašine se može posmatrati kao svojevrsan „elektrokardiogram“ mašine.

Inicijalni korak u tom pravcu bila je spoznaja da lom štapa rotora dovodi do pojave komponente struje statora na učestanosti  $(1-2s)f_1$ , [1]. Ova činjenica je bila podstrek da se i drugi kvarovi asinhronog motora kao što su statički i/ili dinamički ekscentricitet rotora, međuzavojni kratki spojevi, kvarovi u kotrljajućim ležajevima motora itd. pokušaju detektovati analizom spektra struje statora. Takvih pokušaja je bilo mnogo a i danas ih ima, sa manjim ili većim uspjehom. Međutim, ono što je svim tim nastojanjima zajedničko jeste potreba za dobrim poznavanjem spektralnog sadržaja struje statora ispravnog motora kao polazne tačke za ispitivanje tog sadržaja u slučaju različitih vrsta kvarova, [2].

Poznavanje spektra struje statora ispravnog kaveznog

asinhronog motora nije prost zadatak iz razloga što na njegov sadržaj utiče više faktora koje nije jednostavno uzeti u obzir: broj štapova rotora, broj pari polova, stepen zasićenja magnetskog kola, uvijek u izvesnom stepenu postojeća asimetrija kao i viši vremenski harmonici u sistemu mrežno napajanja, takođe uvijek u izvesnom stepenu postojeća asimetrija faznih namotaja statora itd. Ukoliko se asinhroni motor napaja frekventnim pretvaračem situacija se dodatno komplikuje.

U ovom radu su izvedena pravila koja jasno govore o tome da li se u spektru struje statora ispravnog kaveznog asinhronog motora mogu naći i na kojim učestanostima komponente struje poznate kao rotorovi žljebni harmonici. Takođe su izvedena pravila u vezi sa egzistencijom parazitskih elektromagnetskih momenata, tj. pulsacionih momenata na visokim učestanostima. Izvedena je i direktna veza između postojanja rotorovih žljebnih harmonika u spektru struje statora i odgovarajućih pulsacionih momenata koji su posledica ovih struja.

## II. ANALIZA ROTOROVIH ŽLJEBNIH HARMONIKA

Kako je namotaj statora trofaznog kaveznog asinhronog motora smješten u žljebovima i fazni i rezultatni talas obrtne magnetomotorne sile (mms) stepeničastog je oblika. To znači da pored osnovnog harmonika sa  $p$  pari polova obrtni talas mms sadrži i više prostorne harmonike. Red ovih harmonika, uključujući osnovni, je dat sledećim izrazom:

$$v = 6g + 1, \quad g = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (1)$$

Pored tzv. *phase belt* harmonika, petog i sedmog, koji su posledica trapezoidnog oblika mms, najizraženiji viši prostorni harmonici su statorovi žljebni harmonici reda  $\lambda S/p \pm 1$ ,  $\lambda = 1, 2, 3, \dots$  gdje je  $S$  broj žljebova statora koji zadovoljava uslov  $S = 6qp$  ukoliko je broj žljebova takav da je  $q$ , broj žljebova po polu i fazi, cio broj.

Rotorovi žljebni harmonici su od većeg interesa kod kaveznih asinhronih motora. Oni ne samo da su najizraženiji viši prostorni harmonici mms kaveznog namotaja rotora već su i jedini viši prostorni harmonici. Može se pokazati, [3], [4], da kavezni namotaj rotora preslikava sve talase mms sa strane statora na samo tri serije talasa mms,

$$F_1 = F_{1m} \cos(s, \omega_1 t - v p \theta_r) \quad (2)$$

Gojko Joksimović – Elektrotehnički fakultet, Univerzitet Crne Gore, Bulevar Džordža Vašingtona b.b., 81000 Podgorica, Crna Gora (e-mail: Gojko.Joksimovic@ac.me).

$$F_2 = F_{2m} \cos\left(s_v \omega_r t + \left(\frac{\lambda R}{p} - v\right) p \theta_r\right) \quad (3)$$

$$F_3 = F_{3m} \cos\left(s_v \omega_r t - \left(\frac{\lambda R}{p} + v\right) p \theta_r\right) \quad (4)$$

gdje je  $R$  broj štapova rotora a  $s_v$  klizanje rotora u odnosu na  $v$ -ti harmonik mms sa strane statora,  $s_v = 1 - v(1 - s)$ .

U nezasićenoj mašini, smatrajući vazdušni procjep uniformnim, gornji talasi mms proizvode identične talase magnetske indukcije koji su u referentnom sistemu vezanom za stator, sledećeg oblika:

$$B_1 = B_{1m} \cos(\omega t - v p \theta_s) \quad (5)$$

$$B_2 = B_{2m} \cos\left(\left(1 - \frac{\lambda R}{p}(1 - s)\right) \omega t + \left(\frac{\lambda R}{p} - v\right) p \theta_s\right) \quad (6)$$

$$B_3 = B_{3m} \cos\left(\left(1 + \frac{\lambda R}{p}(1 - s)\right) \omega t - \left(\frac{\lambda R}{p} + v\right) p \theta_s\right) \quad (7)$$

Dakle, sve talase magnetske indukcije sa strane statora rotor reflektuje nazad na stator na osnovnoj učestanosti i na dvijema višim učestanostima, zavisnim od klizanja. Dva obrtna talasa magnetske indukcije data izrazima (6) i (7) mogu u namotajima statora indukovati ems a samim tim kroz namotaje statora mogu proteći struje visokih učestanosti. Ove komponente struje statora poznate su kao rotorovi žljebni harmonici, *RSH*, a za  $\lambda=1$  su poznate i kao principijelni žljebni harmonici, *PSH*.

U daljem izlaganju će vrijednost  $\lambda$  biti fiksirana na  $\lambda=1$ .

Međutim, njihovo postojanje u spektru struje statora je uslovljeno sledećim: broj pari polova talasa magnetske indukcije (6) i/ili (7) mora biti jednak broju pari polova koji generiše sam namotaj statora. Preciznije, da bi se u spektru struje statora našao donji žljebni harmonik, na učestanosti,

$$f_{donji} = \left(1 - \frac{R}{p}(1 - s)\right) f_1 \quad (8)$$

potrebno je da broj pari polova talasa magnetske indukcije (6),  $R/p - v$  za neku adekvatnu vrijednost  $v$  pripada skupu  $\mathbf{H} = (6k+1)$ . Dakle,

$$R_{donji} = p(6(g+k)+2), \quad g = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (9)$$

ili:

$$R_{donji} = (6n+2)p, \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (10)$$

Na sličan način se dolazi do broja štapova rotora koji garantuje egzistenciju gornjeg rotorovog žljebnog harmonika u spektru struje statora, na učestanosti,

$$f_{gornji} = \left(1 + \frac{R}{p}(1 - s)\right) f_1 \quad (11)$$

$$R_{gornji} = (6n-2)p, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (12)$$

Ukoliko je broj štapova rotora jednak srednjoj vrijednosti brojeva  $R_{donji}$  i  $R_{gornji}$ , tada u spektru struje statora postoje obje komponente, na prethodno definisanim učestanostima:

$$R_{obje} = 6np, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (13)$$

Ovaj broj štapova rotora je inače prepoznat u literaturi kao broj štapova čiji se izbor ne preporučuje pri dizajnu asinhronne mašine. Iz prethodne analize je jasno i zbog čega.

Učestanosti na kojima se rotorovi žljebni harmonici javljaju u spektru struje statora, (8), (11), zavise od brzine rotora koja je funkcija opterećenja motora. Iz tog razloga je praćenje položaja ovih harmonika u spektru struje statora jedan od mogućih načina bessenzorske estimacije brzine rotora, [5], [6].

### III. ANALIZA ELEKTROMAGNETSKOG MOMENTA

Izraz za elektromagnetski moment kaveznog asinhronog motora smatrajući da se elektromagnetski procesi u motoru dešavaju u vazdušnom procjepu je dobro poznat u literaturi i dat je sledećim izrazom,

$$M_{em}(t) = i_s^T \frac{dL_{sr}}{d\theta} i_r \quad (14)$$

ili, u razvijenoj formi:

$$M_{em}(t) = \begin{bmatrix} i_a & i_b & i_c \end{bmatrix}_{1 \times 3} \begin{bmatrix} L'_{ar1} & L'_{ar2} & \dots & L'_{arR} \\ L'_{br1} & L'_{br2} & \dots & L'_{brR} \\ L'_{cr1} & L'_{cr2} & \dots & L'_{crR} \end{bmatrix}_{3 \times R} \begin{bmatrix} i_{r1} \\ i_{r2} \\ \dots \\ i_{rR} \end{bmatrix}_{R \times 1} \quad (15)$$

Struje statora su, smatrajući da u njima nema viših vremenskih harmonika:

$$i_a = I_m \cos(\omega_r t), i_b = I_m \cos\left(\omega_r t - \frac{2\pi}{3}\right), i_c = I_m \cos\left(\omega_r t - \frac{4\pi}{3}\right) \quad (16)$$

Međusobna induktivnost faznog namotaja statora i petlje rotora zavisi od položaja rotora u odnosu na stator. Položaj rotora u odnosu na stator opisan je uglom  $\theta$ . U opštem slučaju, međusobna induktivnost faznog namotaja statora i petlje rotora pored osnovnog sadrži i više prostorne harmonike. Sadržaj i amplitude viših prostornih harmonika, za identičan namotaj na statoru, zavisi od broja štapova rotora. Može se jednostavno pokazati da u spektralnom sastavu izvoda

međusobne induktivnosti po ugaonoj koordinati postoje, pored osnovnog, samo viši neparni prostorni harmonici: treći, peti, sedmi, deveti itd.

Dakle, u opštem slučaju, izvod međusobne induktivnosti između faznog namotaja na statoru i  $i$ -te petlje rotora, po ugaonoj koordinati, može se prikazati u analitičkom obliku sledećom sumom:

$$L_{ari} = \sum_{j=1,3,5,\dots} L_{mj} \cos\left(jp\left(\theta - i\frac{2\pi}{R}\right)\right) \quad (17)$$

$$L_{bri} = \sum_{j=1,3,5,\dots} L_{mj} \cos\left(jp\left(\theta - i\frac{2\pi}{R} - \frac{2\pi}{3p}\right)\right) \quad (18)$$

$$L_{cri} = \sum_{j=1,3,5,\dots} L_{mj} \cos\left(jp\left(\theta - i\frac{2\pi}{R} - \frac{4\pi}{3p}\right)\right) \quad (19)$$

Što se tiče struja rotora, tj. struja petlji rotora, njih pored osnovnog harmonika učestanosti  $f_2=sf_1$  čine i viši vremenski harmonici. Red ovih harmonika zavisi od reda prostornih harmonika mms sa strane statora dok njihova egzistencija i amplituda zavise i od broja štapova kaveznog namotaja rotora. U opštem slučaju prostornog harmonika mms reda  $v$  sa strane statora, struje petlji rotora su:

$$i_{r1} = I_{mv} \cos(s_v \omega_1 t) \quad (20)$$

$$i_{r2} = I_{mv} \cos\left(s_v \omega_1 t - vp \frac{2\pi}{R}\right) \quad (21)$$

$$i_{rk} = I_{mv} \cos\left(s_v \omega_1 t - (k-1)vp \frac{2\pi}{R}\right) \quad (22)$$

Imajući prethodno na umu, izraz za razvijeni elektromagnetski momenat (14) se može prikazati u obliku sledeće višestruke sume:

$$M_{em}(t) = \sum_{i=0}^2 \sum_{j=1,3,5,\dots} \sum_{k=0}^{R-1} I_m L_{mj} I_{mv} \cos\left(\omega_1 t - i\frac{2\pi}{3}\right) \times \cos\left(jp\left(\theta + k\frac{2\pi}{R}\right) - ji\frac{2\pi}{3}\right) \times \cos\left(s_v \omega_1 t - kvp \frac{2\pi}{R}\right) \quad (23)$$

Uzimajući u obzir samo osnovni harmonik talasa međusobne induktivnosti,  $j=1$ , prethodni izraz se može prikazati kao suma dvije komponente momenta,

$$M_{em}(t) = M_{em1}(t) + M_{em2}(t) \quad (24)$$

koje su, redom:

$$M_{em1}(t) = M_m \sum_{k=0}^{R-1} \cos\left((1-s_v)\omega_1 t - p\theta - kp(1-v)\frac{2\pi}{R}\right) \quad (25)$$

$$M_{em2}(t) = M_m \sum_{k=0}^{R-1} \cos\left((1+s_v)\omega_1 t - p\theta - kp(1+v)\frac{2\pi}{R}\right) \quad (26)$$

Smatrajući da se u početnom trenutku vremena koordinatni sistemi vezani za stator i rotor poklapaju, ugao  $\theta$  koji opisuje položaj rotora u odnosu na stator se može prikazati preko ugaone brzine rotora,  $\theta = \omega_1 t = ((1-s)/p)\omega_1 t$  pa je:

$$M_{em1}(t) = M_m \sum_{k=0}^{R-1} \cos\left((v-1)(1-s)\omega_1 t - kp(1-v)\frac{2\pi}{R}\right) \quad (27)$$

$$M_{em2}(t) = M_m \sum_{k=0}^{R-1} \cos\left((1-v+(1+v)s)\omega_1 t - kp(1+v)\frac{2\pi}{R}\right) \quad (28)$$

Osnovni harmonik mms sa strane statora,  $v=1$ , sa strujama rotora osnovne učestanosti daje konstantan elektromagnetski momenat, (27), dok se druga komponenta momenta iz (24), izraz (28), sumiranjem po promjenljivoj  $k$  anulira.

Pored ovog momenta, u cilju čijeg razvijanja se mašina i projektuje, i u ispravnoj mašini, u zavisnosti od broja pari polova i broja štapova rotora, javljaju se i parazitski, pulsacioni elektromagnetski momenti na višim učestanostima.

Naime, iz (27) za  $p(1-v) = \pm \lambda R$  gdje je  $\lambda$  prirodan broj tj. za  $v = 1 \pm \lambda R/p$ , prvi član sume daje oscilatorni moment učestanosti

$$f_{srednji} = \lambda \frac{R}{p} (1-s) f_1 \quad (29)$$

dok je drugi član u zbiru jednak nuli. Da bi ovaj oscilatorni momenat egzistirao u ispravnoj mašini očigledno je da mora biti zadovoljen sledeći uslov,

$$R_{srednji} = |(v-1)p| \quad (30)$$

gdje je  $v = 6g+1$ ,  $g=0, \pm 1, \pm 2, \dots$

Dakle, uslov postojanja ovog pulsacionog momenta jeste sledeća veza između broja štapova kaveznog rotora i broja pari polova,

$$R_{srednji} = 6np, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (31)$$

što je uslov identičan onom koji je ranije izveden za slučaj postojanja oba rotorova žljebna harmonika u spektru struje statora, (13).

Slično, za  $p(1+v) = \lambda R$ , tj. za  $v = (\lambda R/p) - 1$ , prvi član se poništava dok drugi daje oscilatorni moment na učestanosti,

$$f_{donji} = \left| \left( 2 - \lambda \frac{R}{p} (1-s) \right) \right| f_1 \quad (32)$$

dok se za  $p(1+v) = -\lambda R$ , tj. za  $v = -(\lambda R/p) - 1$  prvi član poništava dok drugi daje oscilatorni moment na učestanosti:

$$f_{gornji} = \left( 2 + \lambda \frac{R}{p} (1-s) \right) f_1 \quad (33)$$

Da bi se javili ovi oscilatorni momenti, broj štapova rotora i broj pari polova trebaju da zadovoljavaju sledeće uslove,

$$R_{donji} = (6n+2)p, \quad n=0,1,2,3,\dots \quad (34)$$

$$R_{gornji} = (6n-2)p, \quad n=1,2,3,\dots \quad (35)$$

koji su, opet, identični sa uslovima za postojanje gornjeg ili donjeg žljebnog harmonika u spektru struje statora, (10) i (12).

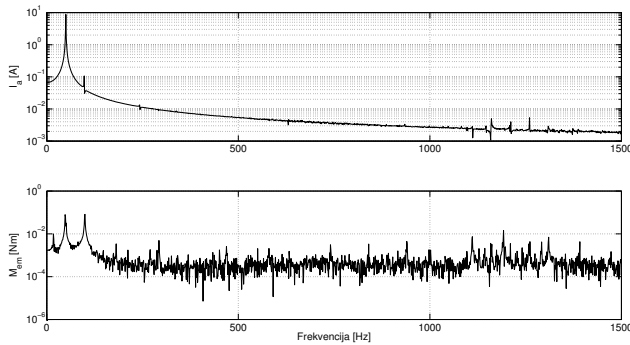
#### IV. REZULTATI I DISKUSIJA

U cilju potvrde analitički dobijenih rezultata na narednim slikama su prikazani spektralni sadržaji struje statora i razvijenog elektromagnetskog momenta za nekoliko različitih asinhronih motora, sa različitim brojem pari polova, broja žljebova na statoru kao i brojem štapova rotora.

U svim slučajevima, štapovi rotora su iskošeni za jedan korak ožljebljenja na statoru, [7].

Prikazani spektri su dobijeni korišćenjem skoro publikovanog numeričkog modela asinhronog motora koji dozvoljava jednostavnu promjenu broja štapova rotora. Pritom nominalna snaga motora kao i namotaj statora ostaju nepromijenjeni, [8].

Tako slika 1. prikazuje spektar struje statora kao i spektar razvijenog elektromagnetskog momenta trofaznog kaveznog asinhronog motora sledećih podataka:  $P_n=4\text{kW}$ ,  $p=1$ ,  $S=24$ ,  $R=25$ .

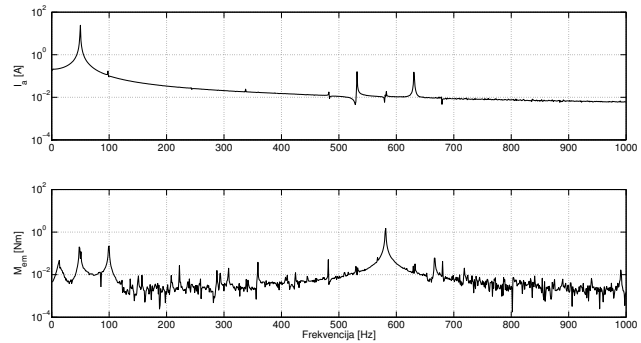


Sl. 1. Spektralni sastav linijske struje statora (gore) i elektromagnetskog momenta (dolje) pri nominalnom opterećenju:  $p=1$ ,  $S=24$ ,  $R=25$ ,  $s=2.71\%$ .

Za klizanje pri nominalnom opterećenju od 2.71% rotorovi žljebni harmonici bi potencijalno trebali da se pojave na učestanostima 1166.2Hz i 1266.2Hz. Što se tiče pulsacionih momenata oni su potencijalno na učestanostima 1116.2Hz, 1216.2Hz i 1316.2Hz. Međutim, sa slike 1 je jasno da ove komponente ne postoje niti u spektru struje statora niti u spektru razvijenog elektromagnetskog momenta, tačnije, vide se samo u naznakama. Ovi rezultati su u skladu sa prethodno

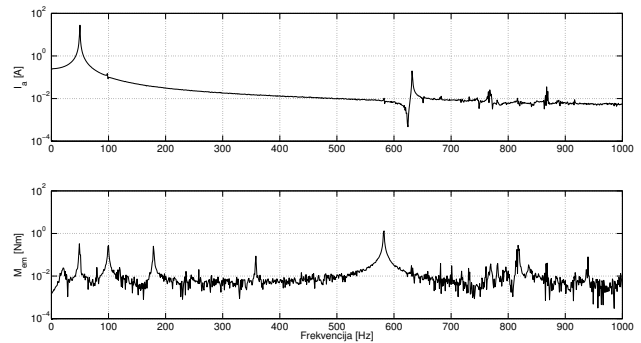
dobijenim izrazima za broj štapova rotora. U spektru razvijenog elektromagnetskog momenta koji je prikazan slikom 1, kao ni na narednim slikama, nije prikazana jednosmjerna komponenta momenta.

Slika 2. prikazuje spektar struje statora i razvijenog elektromagnetskog momenta trofaznog kaveznog asinhronog motora sledećih podataka:  $P_n=11\text{kW}$ ,  $p=2$ ,  $S=36$ ,  $R=24$ . Broj štapova rotora je takav da sada trebaju da se pojave oba rotorova žljebna harmonika, na 534Hz i 634Hz za klizanje pri nominalnom opterećenju od 2.66%. U skladu sa pravilom za pojavu pulsacionih momenata, treba da se pojavi pulsacioni moment na srednjoj učestanosti, tj. učestanosti između rotorovih žljebnih harmonika, 584Hz. Slika 2. u potpunosti potvrđuje ova očekivanja koja su predviđena analitičkim postupkom.



Sl. 2. Spektralni sastav linijske struje statora (gore) i elektromagnetskog momenta (dolje) pri nominalnom opterećenju:  $p=2$ ,  $S=36$ ,  $R=24$ ,  $s=2.66\%$ .

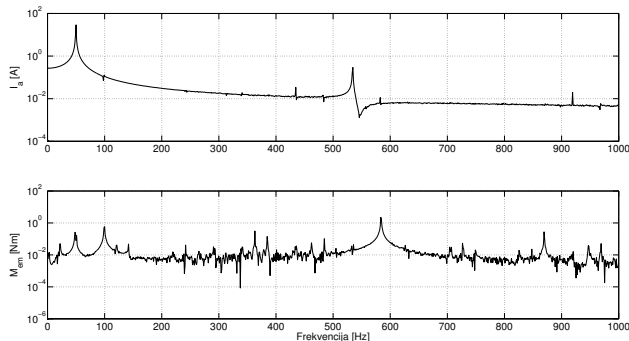
Slika 3. prikazuje spektar struje statora i razvijenog elektromagnetskog momenta trofaznog kaveznog asinhronog motora sledećih podataka:  $P_n=11\text{kW}$ ,  $p=3$ ,  $S=36$ ,  $R=42$ . Broj štapova rotora je takav da sada treba da se pojavi samo donji žljebni harmonik, na 635Hz za klizanje pri nominalnom opterećenju od 2.14%. U skladu sa pravilom za pojavu pulsacionih momenata, takođe treba da se pojavi samo pulsacioni moment na donjoj učestanosti, na 585Hz. Slika 3. potvrđuje ova očekivanja.



Sl. 3. Spektralni sastav linijske struje statora (gore) i elektromagnetskog momenta (dolje) pri nominalnom opterećenju:  $p=3$ ,  $S=36$ ,  $R=42$ ,  $s=2.14\%$ .

Slika 4. daje spektar struje statora i razvijenog elektromagnetskog momenta trofaznog kaveznog asinhronog motora sledećih podataka:  $P_n=11\text{kW}$ ,  $p=4$ ,  $S=48$ ,  $R=40$ . Broj

štapova rotora je takav da treba da se pojavi samo gornji rotorov žljebni harmonik, na 537Hz za klizanje pri nominalnom opterećenju od 2.61%. U skladu sa pravilom za pojavu pulsacionih momenata, takođe treba da se pojavi samo pulsacioni moment na gornjoj učestanosti, na 587Hz. Slika 4. i u ovom slučaju u potpunosti potvrđuje nalaze predviđene analitičkim postupkom.



Sl. 4. Spektralni sastav linijske struje statora (gore) i elektromagnetskog momenta (dolje) pri nominalnom opterećenju:  $p=4$ ,  $S=48$ ,  $R=40$ ,  $s=2.61\%$ .

## V. ZAKLJUČAK

U radu su definisana pravila, u smislu broja štapova rotora u trofaznoj kaveznoj asinhronoj mašini sa  $p$  pari polova, koja moraju biti zadovoljena da bi u spektru struje statora figurisali rotorovi žljebni harmonici. Slična pravila su izvedena i u smislu egzistencije parazitskih pulsacionih momenata. Data je i veza između njih.

Prezentirana pravila mogu korisno poslužiti u dvije osnovne svrhe. Prva je pravilan izbor motora ukoliko se namjerava koristiti bezsenzorska tehnika estimacije brzine praćenjem položaja rotorovih žljebnih harmonika u spektru struje statora. Drugim riječima, tražiće se onaj broj štapova rotora koji dovodi do pojave jednog od rotorovih žljebnih harmonika. Druga se tiče optimizacije dizajna asinhronog motora tj. izbora onog broja štapova koji će eliminisati pojavu rotorovih žljebnih harmonika a samim tim i parazitskih, pulsacionih momenata na visokim učestanostima.

## LITERATURA

- [1] W. Deleroi, "Broken Bar in Squirrel-Cage Rotor of an Induction Motor. Part I: Description by Superimposed Fault-Currents," *Archiv Fuer Elektrotechnik*, vol. 67, pp. 91–99, 1984.
- [2] G. M. Joksimović, J. Riger, T. M. Wolbank, N. Perić, M. Vašak, "Stator-current spectrum signature of healthy cage rotor induction machines," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 60, no. 9, pp. 4025–4033, September 2013.
- [3] G. Joksimović, M. Đurović, J. Penman, "Cage rotor MMF – Winding Function Approach", *IEEE Power Engineering Review*, vol. 21, no. 4, pp. 64–66, April 2001.
- [4] T. A. Lipo, *Analysis of Synchronous Machines*, CRC Press, 2012.
- [5] O. Keysan, H. B. Ertan, "Real-time speed and position estimation using rotor slot harmonics ", *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, vol. 9, no. 2, pp. 899–908, May 2013.
- [6] W. L. Silva, A. M. N. Lima, A. Oliveira, "Speed estimation of an induction motor operating in the nonstationary mode by using rotor slot harmonics ", *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, vol. 64, no. 4, pp. 984–994, April 2015.
- [7] G. Joksimović, M. Đurović, A. Obradović, "Skew and Linear Rise of MMF Across Slot Modeling – Winding Function Approach", *IEEE Transactions on Energy Conversion*, vol.14, no.3, pp. 315–320, September 1999.
- [8] G. Joksimović, "Parameterized Dynamic Model of Cage Induction Machine", *ICEM 2016, Lausanne, Switzerland*, September 2016.

## ABSTRACT

This paper gives connection between the number of rotor bars and appearance of rotor slot harmonics in the stator current spectrum and parasitic pulsating electromagnetic torques of the three-phase, cage, mains fed induction motor in steady-state operating regime. The analysis was performed using the analytical expressions for the mmf of the cage rotor winding and the electromagnetic torque taking into account higher space harmonics in mmf waves and consequently higher time harmonics in the rotor currents. It has been shown that the existence of harmonic component of the stator current at high frequencies, known as the rotor slot harmonics as well as pulsating electromagnetic torques depends on the number of rotor bars. The presented analysis was conducted for such number of stator slots which results in a whole number of slots per pole per phase. The results derived from analytical considerations fully corroborate the presented results of numerical model for different number of rotor bars, different number of stator slots and the number of pole pairs usually encountered in the practice.

### Rotor slot harmonics and parasitic torques in cage induction motors

Gojko Joksimović