

Parametri rasejanja za vod spregnut sa antisimetričnim rezonatorima

Vojslav Milošević, *Student Member, IEEE*, Branka Jokanović, *Member, IEEE*

Apstrakt—U ovom radu izvešćemo približni analitički oblik za parametre rasejanja (transmisiju i refleksiju) za vod spregnut sa antisimetričnim rezonatorima – slučaj u kome geometrija ne poseduje ravan simetrije, nego ostaje nepromenjena pri delovanju inverzije ili rotacije. Ovakav slučaj je zanimljiv zato što je moguće pobuditi dodatne rezonante modove, koji su nedostupni u simetričnim strukturama. Izvođenje se bazira na teoriji spregnutih modova, a dobijene formule biće primenjene na slučaj mikrostrip voda spregnutog sa split-ring rezonatorima, nepoznati parametri biće određeni fitovanjem i rezultati će biti upoređeni sa elektromagnetnim simulacijama.

Ključne reči—teorija spregnutih modova; parametri rasejanja; split-ring rezonator.

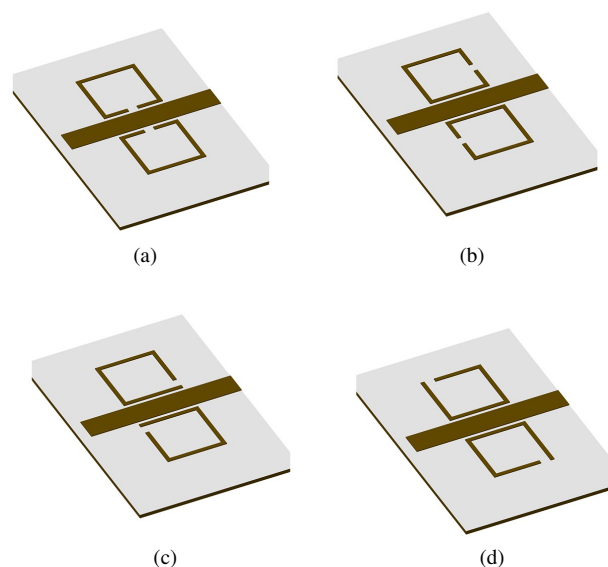
I. UVOD

VODOVI spregnuti sa različitim rezonatorima predstavljaju gradivni blok mikrotalasnih metamaterijala ili filtara, zbog čega je ova tema u značajnoj meri zastupljena u literaturi. Usled lakoće fabrikacije, posebna pažnja je posvećena planarnim strukturama, kod kojih se za vođenje talasa koriste mikrostrip vod, koplanarni talasovod i druge slične strukture. U svojstvu rezonatora veoma često se koristi split-ring rezonator (SRR), koji u najjednostavnijoj varijanti predstavlja na jednom mestu prekinutu petlju kružnog ili kvadratnog oblika. U skladu sa izrečenim, strukture kod kojih su planarni vodovi spregnuti sa SRR-ovima predmet su mnogih studija koje se bave problemima njihovog modelovanja, karakterizacije i primena.

Karakteristična za većinu razmatranih struktura je refleksiona simetrija u odnosu na ravan koja poprečno preseca vod na sredini jedinične ćelije, kao na Sl. 1a. Za razliku od toga, modeli na Sl. 1b-d poseduju simetriju u odnosu na rotaciju od 180° u odnosu na centralnu tačku. Ovakav slučaj je zanimljiv zato što je pokazano da je moguće pobuditi dva rezonantna moda, za razliku od jednog u slučaju na Sl. 1a, što može predstavljati osnovu za filter višeg reda, ili zanimljive efekte koji se mogu dobiti kombinovanjem više rezonantnih modova u metamaterijalima, kao što je klasična analogija elektromagnetno indukovane transparentije [1].

Tipičan način za analizu i modelovanje ovakvih struktura jeste korišćenje ekvivalentnih električnih šema. Između ostalog, u prethodnom radu autora pokazano je kako se opseg važenja šeme može drastično povećati [2], kao i kako se mogu modelovati antisimetrične strukture, i analizirati na pojednostavljen način pomoću parnog i neparnog moda [1]. Prednost ekvivalentnih šema je što predstavljaju standardni

Vojslav Milošević, Branka Jokanović – Institut za fiziku, Univerzitet u Beogradu, Pregrevice 118, 11080 Beograd, Srbija (e-mail: vojislav@ipb.ac.rs, brankaj@ipb.ac.rs).

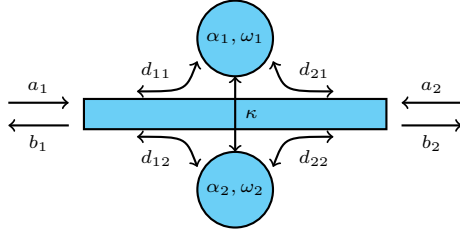


Slika 1. Mikrostrip vod spregnut sa dva SRR-a u simetričnoj (a), i antisimetričnoj konfiguraciji (b) - (d).

način modelovanja u mikrotalasnoj tehnici, mogu se integrisati sa drugim modelima, i postoji veliki broj softverskih paketa za rad sa njima. Međutim, postoje određeni problemi, od kojih se ističe inherentna niskopropusna priroda ovih šema, koja čini izračunavanje parametara rasejanja veoma teškim.

Kao alternativni pristup modelovanju ovakvih struktura može se koristiti teorija spregnutih modova [3]. Ova metoda potiče iz optike i autorima nije poznato da je do sada korišćena u mikrotalasnoj tehnici. Ipak, radi se o jednom generalnom pristupu, koji se uvek može primeniti na sisteme kod kojih lokalizovani rezonantni modovi interaguju sa putujućim talasima, kao što su talasi na vodovima ili talasovodima. Kao rezultat može se dobiti aproksimativni opis rasejanja (tj. parametara transmisije i refleksije) u sistemu.

U nastavku rada ćemo izložiti osnovne pretpostavke teorije spregnutih modova i prikazati kako se može primeniti na slučaj antisimetričnih SRR-ova spregnutih sa mikrostrip vodom, kao na Sl. 1. Zatim ćemo dobijene formule uporediti sa parametrima proračunatim na osnovu 2.5D elektromagnetne simulacije. Nepoznati parametri u formulama biće određeni fitovanjem, i rezultati će biti tabelarno prikazani na kraju rada.



Slika 2. Vod bočno spregnut sa dva rezonantna moda.

II. TEORIJA SPREGNUTIH MODOVA

Kao što je rečeno u uvodu, teorija spregnutih modova je opšti način za opis interakcije lokalizovanih i prostirućih modova. U suštini predstavlja perturbacionu analizu prvog reda, koja najtačnije rezultate daje u slučaju kada je sprega slaba. Na osnovu nje moguće je proračunati približne izraze za parametre transmisije i refleksije (S -parametre), kao i steći dragocen uvid u ponašanje sistema.

Opšta reprezentacija dva rezonatora bočno spregnuta sa vodom, u okviru teorije spregnutih modova, data je na Sl. 2. Na slici, $a_{1,2}$ su incidentni i reflektovani talas snage na odgovarajućim portovima (kao u uobičajenoj definiciji S -parametara), a $\alpha_{1,2}$ su amplitude pozitivne frekvencije za odgovarajuće rezonantne modove, čiji moduo je jednak kvadratnom korenu snage skladištene u modu, a faza odgovara fazi oscilacija. Sprega između voda i rezonantnih modova data je pomoću matrice $\mathbf{D} = [d_{i,j}]$ (v. Sl. 2). Vremenska evolucija rezonantnih modova biće: [3], [4], [5]:

$$\frac{\partial}{\partial t} \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \end{bmatrix} = (j\Omega - \Gamma) \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \end{bmatrix} + \mathbf{D}^T \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} \quad (1)$$

gde je

$$j\Omega = j \begin{bmatrix} \omega_1 & \kappa \\ \kappa^* & \omega_2 \end{bmatrix}$$

matrični operator vremenske evolucije nespregnutih rezonatora (za koje pretpostavljamo da su bez gubitaka, zbog čega je Ω hermitska matrica), i operator $\Gamma = \frac{1}{2}\mathbf{D}^\dagger \mathbf{D}$ predstavlja gubitke u rezonantnim modovima usled sprege sa vodom. Reflektovani talasi $b_{1,2}$ na vodu biće:

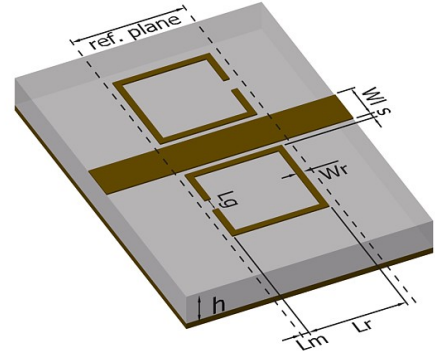
$$\begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} = \mathbf{S}^{(0)} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} + \mathbf{D} \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \end{bmatrix}, \quad (2)$$

gde je $\mathbf{S}^{(0)}$ matrica "direktnog" rasejanja, tj. transmisija i refleksija nezavisna od SRR-ova. Uzimajući u obzir rotacionu simetriju sistema, možemo da zaključimo da matrice \mathbf{D} , \mathbf{C} i Ω imaju sledeći oblik:

$$\mathbf{S}^{(0)} = \begin{bmatrix} S_{11}^{(0)} & S_{21}^{(0)} \\ S_{21}^{(0)} & S_{11}^{(0)} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{D} = \begin{bmatrix} d_1 & d_2 \\ d_2 & d_1 \end{bmatrix}, \quad \Omega = \begin{bmatrix} \omega_0 & \kappa \\ \kappa & \omega_0 \end{bmatrix}, \quad (3)$$

gde je κ čisto realno, $\kappa \in \mathbb{R}$, u ovom slučaju. Pod uslovima vremenski konstantne pobude i posle zamene (1) i (3) u (2), rezultirajuća transmisija kroz sistem biće:

$$S_{21} = S_{21}^{(0)} + \frac{(d_1 + d_2)^2}{2j(\omega - \omega_0 + \kappa) + |d_1 + d_2|^2} - \frac{(d_1 - d_2)^2}{2j(\omega - \omega_0 - \kappa) + |d_1 - d_2|^2}, \quad (4)$$



Slika 3. Struktura sa relevantnim dimenzijama: $h = 1,27$ mm, $L_r = 3$ mm, $L_m = 0,25$ mm, $L_g = 0,5$ mm, $W_r = 0,2$ mm, $W_i = 1,2$ mm, $s = 0,1$ mm, i $\epsilon_r = 10,2$.

a refleksija:

$$S_{11} = S_{11}^{(0)} + \frac{(d_1 + d_2)^2}{2j(\omega - \omega_0 + \kappa) + |d_1 + d_2|^2} + \frac{(d_1 - d_2)^2}{2j(\omega - \omega_0 - \kappa) + |d_1 - d_2|^2}. \quad (5)$$

U izrazima (4)-(5) prvi razlomak odgovara neparnom modu, kada je $\alpha_1 = -\alpha_2$, a drugi parnom modu, $\alpha_1 = \alpha_2$. Odgovarajuće rezonantne učestanosti su $\omega_{\pm} = \omega_0 \pm \kappa$, a Q -faktori:

$$Q_{\pm} = \frac{\omega_{\pm}}{|d_1 \mp d_2|^2}, \quad (6)$$

gde znak (+) odgovara parnom modu, a (-) neparnom.

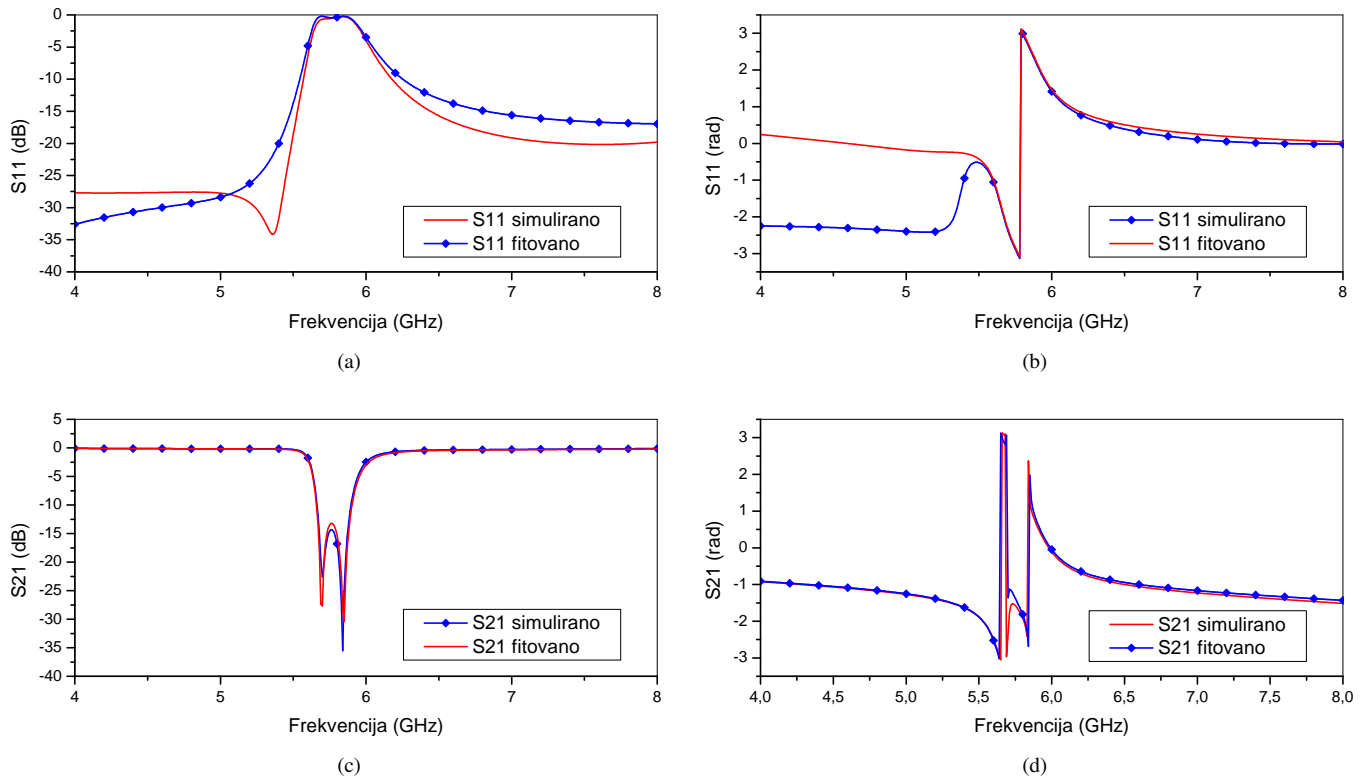
Takođe, polazeći od opštih principa može se pokazati da važi relacija

$$\mathbf{S}^{(0)} \mathbf{D}^* = -\mathbf{D}, \quad (7)$$

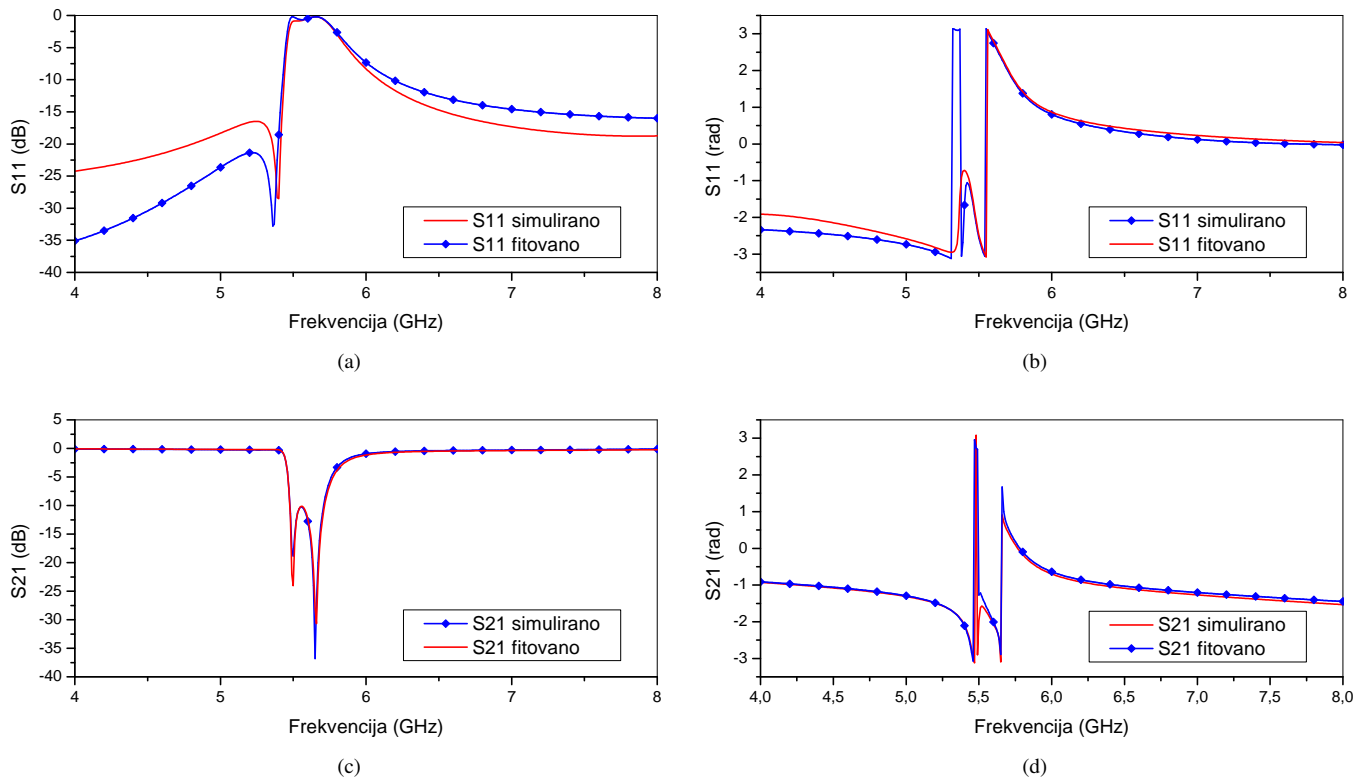
koja omogućava određivanje faze elemenata matrice \mathbf{D} [4].

III. REZULTATI I POREĐENJE

Da bi se testirale izvedene relacije (4)-(5), izvršena je 2.5D elektromagnetna simulacija struktura sa Sl. 1, bazirana na metodi momenata. Relevantne dimenzije i parametri dielektrika dati su na Sl. 3. Zatim je pristupljeno određivanju nepoznatih konstanti u formulama (4)-(5). Sa tim ciljem, najpre je izvršena simulacija strukture sa uklonjenim SRR-ovima, koja omogućava da približno odredimo matricu $\mathbf{S}^{(0)}$. Na osnovu nje, moguće je odrediti faze koeficijenata matrice \mathbf{D} na osnovu relacije (7). Na ovaj način, ostaju nam samo četiri realne konstante koje treba odrediti za svaki konkretan slučaj: ω_{\pm} , $|d_1 \pm d_2|$. Za tu svrhu korišćen je postupak fitovanja baziran na metodi najmanjih kvadrata. Treba napomenuti da je broj parametara koji se fituju na ovaj način drastično manji nego kada se koristi generička metoda kao što je aproksimacija pomoću racionalne funkcije. Vrednosti parametara date su u tabeli I, a poređenje dobijenih koeficijenata transmisije i refleksije za sva tri slučaja prikazano je na Sl. 4-6. Primetno je bolje slaganje transmisije (S_{21}) u odnosu na refleksiju (S_{11}). Razlog je što je kao parametar za fitovanje korišćeno samo S_{21} , što je motivisano mnogo većom osetljivošću S_{11} na neke



Slika 4. Magnituda (a), (c) i faza (b), (d) S -parametara dobijenih simulacijom i na osnovu izraza (4), (5) za slučaj sa Sl. 1b.

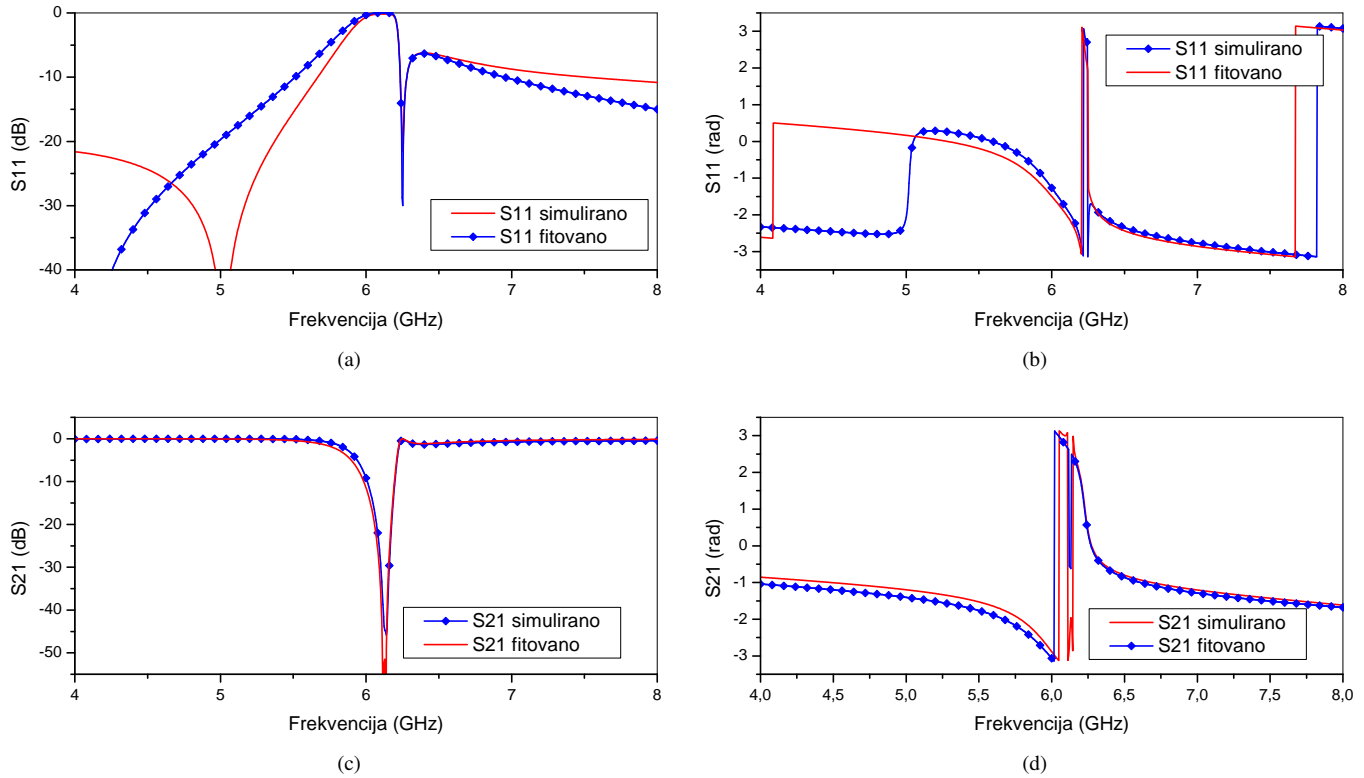


Slika 5. Magnituda (a), (c) i faza (b), (d) S -parametara dobijenih simulacijom i na osnovu izraza (4), (5) za slučaj sa Sl. 1c.

parametre od sekundarnog značaja, kao što su male varijacije u karakterističnoj impedansi voda.

IV. ZAKLJUČAK

U radu je prikazano kako se teorija spregnutih modova može primeniti na slučaj mikrostrip voda spregnutog sa split-



Slika 6. Magnituda (a), (c) i faza (b), (d) S -parametara dobijenih simulacijom i na osnovu izraza (4), (5) za slučaj sa Sl. 1d.

Tabela I
PARAMETRI DOBIJENI ZA STRUKTURE SA SL. 1.

Sl.	$ d_1 + d_2 $	$ d_1 - d_2 $	ω_-	ω_+
jed.	$10^8 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$	$10^8 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$	GHz	GHz
1b	8,69	4,78	5,89	5,65
1c	9,62	2,53	5,68	5,47
1d	1,68	11,8	6,03	5,86

ring rezonatorima u antisimetričnoj konfiguraciji. Dobijene su formule za transmisiju i refleksiju sa minimalnim brojem slobodnih parametara. Formule su primenjene na tri strukture, čiji parametri rasejanja su dobijeni elektromagnetnom simulacijom, i dobijeno je jako dobro slaganje u svim slučajevima, kako po magnitudi tako i po fazi u veoma širokom opsegu (4–8 GHz). Dobijeni rezultati mogu biti od velike koristi prilikom projektovanja i optimizacije ovakvih sistema, koji su interesantni za širok skup primena, kao što su filtri višeg reda, ili klasična analogija elektromagnetno indukovane transparentije.

ZAHVALNICA

Ovaj rad je finansiran sredstvima Ministarstva prosvete, nauke i tehnološkog razvoja preko projekta tehnološkog razvoja TR-32024 i projekta integralnih i interdisciplinarnih istraživanja III-45016.

LITERATURA

- [1] V. Milosevic, R. Bojanic, and B. Jokanovic, "Analiza antisimetričnih split-ring rezonatora spregnutih sa vodom pomoću parnog i neparnog

- moda," in *ETAN 2016 – Zbornik radova 60. konferencije za elektroniku, telekomunikacije, računarstvo, automatiku i nuklearnu tehniku*, 2016.
- [2] R. Bojanic, V. Milosevic, B. Jokanovic, F. Medina-Mena, and F. Mesa, "Enhanced modelling of split-ring resonators couplings in printed circuits," *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 62, no. 8, pp. 1605–1615, Aug 2014.
- [3] H. Haus, *Waves and fields in optoelectronics*, ser. Prentice-Hall Series in Solid State Physical Electronics. Prentice Hall, Incorporated, 1984.
- [4] W. Suh, Z. Wang, and S. Fan, "Temporal coupled-mode theory and the presence of non-orthogonal modes in lossless multimode cavities," *IEEE Journal of Quantum Electronics*, vol. 40, no. 10, pp. 1511–1518, Oct 2004.
- [5] Q. Li, T. Wang, Y. Su, M. Yan, and M. Qiu, "Coupled mode theory analysis of mode-splitting in coupled cavity system," *Opt. Express*, vol. 18, no. 8, pp. 8367–8382, Apr 2010.

ABSTRACT

In this paper we will derive approximate analytical form of S -parameters for transmission line coupled with antisymmetric resonators – the case in which the geometry has no mirror symmetry, but instead it remains unchanged under inversion or rotation. Such case is interesting because it is possible to excite additional modes, which are unavailable in symmetric structures. Derivation is based on coupled mode theory, and obtained expressions will be applied to the case of microstrip line coupled with split-ring resonators, unknown parameters will be obtained by fitting, and final results will be compared to numeric simulations.

Scattering parameters for transmission line coupled with antisymmetric resonators

Vojislav Milošević
Branka Jokanović